

**Propuesta de un modelo de Gestión Financiera para los Municipios de sexta categoría,
revisión caso Belén de Umbría**

Luis Fernando Grajales Toro

Universidad Tecnológica de Pereira
Maestría en Administración Económica y Financiera
Ingeniería Industrial
Pereira
2017

**Propuesta de un modelo de Gestión Financiera para los Municipios de sexta categoría,
revisión caso Belén de Umbría**

Luis Fernando Grajales Toro

Trabajo de grado para obtener el título de
Magister en Administración Económica y Financiera

Director y Coautor
Eduardo Arturo Cruz Trejos
Docente investigador

Universidad Tecnológica de Pereira
Maestría en Administración Económica y Financiera
Ingeniería Industrial
Pereira
2017

Nota de aceptación

Jurado 1

Jurado 2

Resumen

El presente trabajo, busca a partir del análisis de la información financiera de los municipios, en especial el municipio de Belén de Umbría, evaluar la eficiencia y proponer un modelo de gestión financiera. Este modelo tiene como objeto analizar los aspectos más importantes del presupuesto de las entidades territoriales y compararlos, con el fin de tomar decisiones que permitan mejorar las finanzas de cada territorio. Es por eso que a través del análisis envolvente de datos se realiza la medición de la eficiencia de las entidades territoriales determinando variables e indicadores como entradas y salidas del sistema y así establecer los coeficientes que determinan el modelo. El fin de esta investigación es construir una herramienta que sirva a los municipios como herramienta de consulta y comparación con otras entidades territoriales y así emprender acciones que permitan mejorar su gestión financiera y por tanto la inversión pública en su territorio.

Abstract

The present work seeks to analyze the financial information of the municipalities, especially the municipality of Belén de Umbria, to evaluate the efficiency and propose a model of financial management. This model aims to analyze the most important aspects of the budget of the territorial entities and compare them, in order to make decisions that allow improving the finances of each territory. That is why, through the data envelopment analysis, the measurement of the efficiency of the territorial entities is carried out, determining variables and indicators as inputs and outputs of the system and thus establishing the coefficients that determine the model. The purpose of this research is to construct a tool that will serve the municipalities as a tool for consultation and comparison with other territorial entities and to undertake actions to improve their financial management and therefore public investment in their territory.

Tabla de Contenido

Introducción	10
Capítulo 1. El Problema de Investigación	12
1.1 Antecedentes de la idea.	12
1.2 Situación problema.	16
1.3 Definición del problema.	17
1.4 Hipótesis o supuestos.	17
1.5 Objetivo general.	17
1.6 Objetivos específicos.	17
1.7 Justificación del estudio.	18
1.8 Beneficios que conlleva.	20
1.9 Limitaciones previsibles.	20
Capitulo 2. Marco Referencial	21
2.1 Marco Teórico	21
2.1.1 El Municipio en Colombia	21
2.1.2 Efecto de la descentralización	23
2.1.3 Categoría de los municipios	26
2.2 Marco Conceptual.	31
2.2.1 Finanzas publicas territoriales	31
2.2.2 El presupuesto Público	33
2.2.3 Las rentas Municipales	34
2.2.4 Gasto público	38
2.2.5 Evaluacion del desempeño fiscal	40
2.2.6 El analisis envolvente de datos (DEA)	45
2.2.7 Modelo para medir la eficiencia financier	49
2.3 Marco Normativo.	51

2.4 Marco filosófico.	53
2.5 Marco situacional.	54
2.6 Glosario.	56
Capítulo 3. Diseño Metodológico	62
3.1 Tipo de investigación	62
3.2 Universo.	62
3.3 Población o muestra.	62
3.4 Delimitación del estudio.	62
3.5 Variables e indicadores.	62
3.6 Instrumentos para recolección de información.	64
3.7 Procesamiento y análisis de información.	64
Capítulo 4. Desarrollo de la Investigación	67
4.1. Analisis de información	67
4.2. Analisis de correlación canónica.	90
4.3. Analisis envolvente de datos..	102
4.4. Análisis de Resultados del Municipio de Belén de Umbría...	134
Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones	139
Bibliografía	142
Anexos	137

Lista de tablas.

Tabla No. 1. Categorías según Ley 617 de 2000 y número de municipios	30
Tabla No. 2. Variables	63
Tabla No. 3. Criterios Elección de Municipios	67
Tabla No. 4. Gastos de Funcionamiento VS I.C.L.D	79
Tabla No. 5. Ingresos Tributarios per cápita	81
Tabla No. 6. Gastos de Inversión per cápita	82
Tabla No. 7. Participación del impuesto de Industria y Comercio Sobre los Ingresos Tributarios	82
Tabla No. 8. Participación del impuesto Predial Unificado Sobre los Ingresos Tributarios	85
Tabla No. 9. S.G.P. Libre Destinación con respecto a los Ingresos Tributarios	87
Tabla No. 10. Valores de las variables independientes Y	99
Tabla No. 11. Valores de las variables dependientes X	100
Tabla No. 12. Coeficientes de las funciones canónicas	100
Tabla No. 13. Correlaciones Canónicas	101
Tabla No. 14. Datos Homogenizados	107
Tabla No. 15. Conjunto de referencia municipios eficientes	109
Tabla No. 16. DMU's en orden descendente	110
Tabla No. 17. Holguras asociadas a los municipios ineficientes	111
Tabla No. 18. Proyecciones para los municipios	112
Tabla No. 19. Rendimientos a escala para los municipios considerados en el estudio	118
Tabla No. 20. Método extracción de varianza explicada por cada componente	122
Tabla No. 21. Puntuaciones de los municipios en el componente C_TOT_ING_T	123
Tabla No. 22. Composición integrada por los municipios de los outputs transformados	126
Tabla No. 23. Datos transformados con ACP	128
Tabla No. 24. Municipios eficientes.	129

Tabla No. 25. Comparación Gastos de Inversión per cápita vs Eficiencia con la aplicación del DEA – BBC orientada a outputs	131
Tabla No. 26. Proyección de la frontera eficiente	133
Tabla No 27 Matriz DOFA Municipio Belen de Umbira	135

Lista de Figuras

Figura No. 1. Correlación Canonica	95
Figura No. 2. Análisis de redundancia	98
Figura No. 3. Frontera de rendimientos	104
Figura No. 4. Orientaciones en DEA	115
Figura No. 5. Tipología de los rendimientos a escala	117
Figura No. 6. Frontera eficiente	119
Figura No. 7. Correlación entre variables...	121
Figura No. 8. Varianza Total	122
Figura No. 9. Varianza acumulada explicada a través de los componentes principales	124
Figura No. 10. Correlación acumulada por los componentes	127
Figura No. 11. Frontera eficiente	134

Introducción

Desde la promulgación de la Constitución Política de Colombia (1991) en su artículo primero el cual dice: “**Artículo 1º.-***Colombia es un Estado social de derecho, organizado en forma de República unitaria, descentralizada, con autonomía de sus entidades territoriales, democrática, participativa y pluralista, fundada en el respeto de la dignidad humana, en el trabajo y la solidaridad de las personas que la integran y en la prevalencia del interés general.*”, se puede observar que los fines del estado están fundamentados sobre la descentralización y la autonomía de las entidades territoriales, idea que se empieza a concebir a través de las reformas de 1986 donde se tomaron decisiones administrativas consistentes en trasladar la elección de alcaldes a los habitantes de los territorios municipales.

Esto ha llevado a que los municipios asuman gradualmente, muchas de las funciones que realizaba el estado centralista, dando una autonomía real que también se debe reflejar sobre sus finanzas, razón por la cual la legislación después de la constitución de 1991 ha procurado buscar su independencia fiscal, política y administrativa.

Pero dicha evolución hacia un estado descentralizado no ha sido tan efectiva, los municipios dependen demasiado de las transferencias nacionales y no han sido efectivos a la hora de cobrar sus tributos y lograr la auto-sostenibilidad financiera, lo cual de acuerdo a diferentes expertos han provocado una especie de “pereza fiscal” que se puede definir como la ineficiencia financiera de los entes territoriales en especial en los municipios de sexta categoría.

Es por esta razón que este trabajo pretende brindar herramientas a los municipios de sexta categoría (de acuerdo a la clasificación de la ley 617 de 2000) para que puedan adelantar una

gestión financiera adecuada y obtener más recursos para la inversión social en sus respectivos territorios, logrando mejorar la satisfacción de las necesidades básicas de la población.

Capítulo 1.

El problema de investigación

1.1 Antecedentes de la idea.

La gran mayoría de los municipios colombianos se han visto desorientados, al afrontar los retos de la descentralización propuestos en la Constitución de 1991. A través de las leyes, decretos y normas establecidas a partir de la promulgación de la Constitución Política de Colombia, los municipios poseen autonomía administrativa, política, económica y fiscal, lo cual se ha convertido en un desafío para los mandatarios locales.

La mayoría de las poblaciones tienen problemas recurrentes entre los cuales se pueden mencionar la violencia, la corrupción, la ausencia del estado, la incapacidad administrativa, el desconocimiento de las normas y la precaria situación fiscal de los entes municipales.

En el año 2015 de acuerdo a la categorización de los municipios verificada por la Contaduría General de la nación, 971 de los 1101 municipios existentes en el país, se encuentra clasificados en la sexta categoría, la cual de acuerdo al artículo 6 de la ley 617 de 2000, pertenecen: *“Sexta categoría. Todos aquellos distritos o municipios con población igual o inferior a diez mil (10.000) habitantes y con ingresos corrientes de libre destinación anuales no superiores a quince mil (15.000) salarios mínimos legales mensuales”*; sin embargo muchos de estos municipios tienen una población mayor a los 10.000 habitantes y se encuentran en esta categoría por la inadecuada gestión fiscal que les impide cumplir con el requisito en cuanto a los ingresos corrientes de libre destinación.

El municipio de Belén de Umbría cuenta con una población de 27.721 habitantes, lo que le otorgaría la categoría cuarta dentro de la clasificación reglamentada en la Ley 617 de 2000,

pero de acuerdo a sus ingresos corrientes de libre destinación se encuentra en la sexta categoría. Complementando esta tendencia, municipios cercanos al municipio en el cual se realiza la presente revisión, ubicados en el sur occidente de Caldas, también están dentro de esta categoría, Anserma (33.920 hab.), Belalcazar (11.064 hab.) y Viterbo (12.551 hab.), son municipios que cumplen el requisito de población, pero no el de ingresos. Los otros dos Municipios, Risaralda (9.800 hab.) y San José (7.584 hab.), que antes conformaban un mismo municipio, aunque no cumplen con el criterio de población, pueden tener un mejor desempeño fiscal y ofrecer una mayor inversión para el desarrollo de cada localidad.

Esta situación puede mostrar aspectos generales del estado de cada municipio, pero se debe analizar las causas reales que han llevado a cada población, a mostrar pocos avances en el desarrollo e inversión, y así mismo en el bienestar de sus habitantes. En estos municipios es evidente el atraso y las dificultades con las que año a año se afrontan los compromisos y obligaciones establecidas en la normatividad vigente. El mal estado de las vías, la falta de oportunidades de formación profesional, las altas tasas de desempleo, la cobertura en la prestación de los servicios de salud, entre otros, pueden justificar el descontento de la población y la baja credibilidad que se manifiesta en las instituciones tanto en el aspecto local como departamental y nacional.

Sin embargo, no se puede justificar la inadecuada gestión de las administraciones municipales, en la falta de herramientas legales y de recursos disponibles para la inversión y el desarrollo de cada región. En los últimos años, se han presentado casos exitosos en diversos sitios del territorio nacional, que demuestran que es posible realizar una gestión financiera integral con inversión social y sostenibilidad fiscal, cumpliendo con la normatividad vigente y brindando satisfacción a los habitantes de dichas localidades.

Facatativá, municipio ubicado a 40 Km de Bogotá, encontró a partir del año 2008, un mejoramiento constante de la capacidad administrativa, socioeconómica y fiscal, gracias a la gestión administrativa realizada por su mandatario. Durante el periodo del Alcalde, Sr. Oscar Hernán Sánchez León, se realizaron modificaciones que permitieron el cumplimiento del Plan de Desarrollo y motivaron a la población a realizar el pago de sus impuestos y apersonarse de la vigilancia y control al cumplimiento de las metas establecidas. Para el Departamento Nacional de Planeación (*Experiencias exitosas en gestión pública. DNP, 2010*), el caso se puede considerar exitoso por varios aspectos. La inclusión de un proceso evaluativo, la coordinación y compromiso de los diferentes actores de la administración municipal y la entrega y difusión del Plan de Desarrollo a sus habitantes. Como consecuencia del nuevo modelo establecido, se logró un mayor compromiso de los diferentes actores involucrados en el desarrollo del municipio, obteniendo el cumplimiento de las metas establecidas en el plan desarrollo, el crecimiento de la inversión con recursos propios, producto de un mejor recaudo de impuestos y el fortalecimiento institucional de la Administración local.

En el caso de la asociación de municipios del oriente antioqueño, denominado “La nueva energía paisa”, se ha demostrado que cuando los municipios le apuestan a un modelo de integración regional en el cual se deje de lado los colores políticos y las rivalidades de sus habitantes, se pueden generar verdaderos espacios de desarrollo integral, que mejoran la calidad de vida de sus habitantes. El Departamento Administrativo de la Función Pública en su informe Mejores Gestiones de la Administración Pública Colombiana 2012 – 2011 – 2010, afirma que “Este proyecto recoge y adapta a las realidades territoriales y culturales las tres características que identifican a un modelo exitoso de gestión pública: (i) liderazgo (saber hacia dónde ir); (ii) gerencia (saber cómo hacerlo); y (iii) comunicación (saber contarlo).” (*Mejores experiencias en*

la gestión de la Administración Pública Colombiana 2012 - 2011 - 2010, DAFP, 2012). La estrategia de “La Nueva Energía Paisa” se ha basado en establecer objetivos comunes y pilares fundamentales de desarrollo, como son: Gestión Pública, Plan Estratégico de conectividad territorial y vial, Plan Estratégico de Turismo, Plan Estratégico de Emprendimiento, Educación y Cultura, Plan Estratégico de Seguridad, Liderazgo Regional, Fortalecimiento Institucional y Comunicación Estratégica. A través de estos aspectos los municipios integrantes de “La Nueva Energía Paisa” (Marinilla, Guatapé, El Peñol, Alejandría y San Rafael), han logrado (hasta el momento), consolidar un proyecto regional exitoso, que ha contribuido a la formulación y viabilización de proyectos por parte del departamento y el estado, además de mejorar la autonomía fiscal y realizar una inversión sin precedentes en esta región, demostrando a los municipios del resto del país, que la integración regional es el camino para aumentar el desarrollo e inversión de sus poblaciones.

Otros municipios que se pueden destacar, como ejemplos de eficiencia fiscal son El Retiro (Antioquia), Chiquinquirá y Nobsa en el departamento de Boyacá, Anapoima, Cajicá, Cogua, Cota, Gachancipá, Sopo, Tenjo y Tocancipá en el departamento de Cundinamarca quienes se han destacado en el ranking de municipios que elabora el Departamento Nacional de Planeación (DNP) para cada año sobre esta materia; estos municipios han obtenido los mejores puntajes logrando una menor dependencia de las transferencias nacionales y la generación de recursos propios que garantizan su autofinanciación.

Son muchos los casos que se pueden mencionar sobre gestiones publicas exitosas en los municipios colombianos, pero para ello tenemos que tener en cuenta que la base del éxito de cada uno de los diferentes casos que se presentan, se debe en gran medida al fortalecimiento de

las finanzas públicas, el cual permite el fortalecimiento institucional, el desarrollo económico, la inversión social, entre otros criterios que son la base para una gestión financiera adecuada.

1.2 Situación problema.

Los municipios de sexta categoría en la cual se encuentran la gran mayoría de los municipios en Colombia (971 para el año 2015), deben desarrollar un modelo que les permita obtener el equilibrio fiscal y lograr una mayor inversión y desarrollo socioeconómico, mejorando la calidad de vida de sus habitantes, además de ubicarse en la categoría de acuerdo a su población y que se ve limitada por la generación de recursos propios de acuerdo a la ley 617 de 2000.

En sus índices de gestión, se pueden observar aspectos similares que reflejan una situación crítica, para el éxito de las diferentes administraciones locales, entre los cuales cabe mencionar los siguientes:

- Bajos niveles de inversión en áreas como Educación, Salud, Vivienda, infraestructura Vial, Cultura y Deporte.
- Déficit fiscal producto del bajo recaudo y la actualización de los estatutos tributarios y el catastro municipal.
- Insatisfacción de la población por el cumplimiento de los proyectos formulados en los planes de Desarrollo.
- Incremento de la problemática social por falta de inversión.
- Incapacidad administrativa para cumplir con los compromisos y obligaciones establecidas en la Ley.

1.3 Definición del problema.

La necesidad de realizar una gestión financiera adecuada que permita a los municipios fortalecer su desarrollo institucional, aumentar la inversión social y garantizar la sostenibilidad fiscal, en contraste con la incapacidad administrativa, política, económica y fiscal del municipio de Belén de Umbría en el departamento de Risaralda. Es evidente la necesidad de elaborar un modelo de eficiencia financiera para los municipios de sexta categoría.

1.4 Hipótesis o supuestos.

- La eficiencia financiera y económica de los municipios de sexta categoría, caso municipio Belén de Umbría, corresponde al nivel de inversión pública realizada.

1.5 Objetivo general.

- Medir La eficiencia financiera y económica de los municipios de sexta categoría a través de un modelo de análisis envolvente de datos, caso municipio de Belén de Umbría en el departamento de Risaralda.

1.6 Objetivos específicos.

- Recopilar los estados financieros de la muestra poblacional de los municipios de sexta categoría.
- Analizar los estados financieros de la muestra poblacional obtenida.
- Determinar los inputs y los outputs de los estados financieros de los municipios de sexta categoría.
- Aplicar las técnicas de análisis envolvente de datos para construir un modelo para medir la eficiencia financiera relativa de los municipios caso particular Belén de Umbría.

1.7 Justificación del estudio.

Dentro del estado colombiano se debe resaltar la importancia del Municipio como base fundamental de la división política de la nación. A partir de la Constitución de 1991, se ha considerado la descentralización estatal, como la base fundamental del desarrollo del país. Sin embargo, en el transcurso del tiempo se ha evaluado las capacidades reales de los Municipios, para cumplir con las responsabilidades asignadas por la Ley, y los recursos disponibles para ejecutar y desarrollar las políticas públicas que busquen derrotar las diferencias sociales, la pobreza y las necesidades básicas insatisfechas de la población.

La mayoría de los Municipios en Colombia se encuentran clasificados en la sexta categoría, de acuerdo a la Ley 136 de 1994 (modificada por la Ley 617 de 2000 y la Ley 1552 de 2012), bien sea por su población o los recursos disponibles para libre destinación. Pero la mayor parte de estos, se ubica en esta categoría, debido a los pocos recursos con los que cuentan, producto de la baja recaudación tributaria, altos gastos de funcionamiento y deficiente formulación de sus estatutos tributarios, lo que causa una alta dependencia de las transferencias nacionales.

En el bajo occidente del departamento de Caldas se presenta esta situación en los 5 municipios que lo conforman; aunque tres de estos, hacen parte de esta categoría por los ingresos disponibles para libre destinación y no por el número de habitantes de cada una de estas poblaciones.

El municipio de Belén de Umbría tampoco es ajeno a esta situación, ya que de acuerdo a su población, debería estar en una categoría superior en relación con la clasificación que se muestra en la Ley 617 de 2000. Es muy importante para este municipio, evaluar la capacidad

administrativa, política, económica y fiscal y formular estrategias que permitan consolidar la institucionalidad y generar una gestión financiera adecuada, que de soluciones eficientes, eficaces, oportunas y efectivas, a la problemática fiscal y socioeconómica de los municipios y de paso a la inversión pública y el desarrollo integral de la región, mejorando la calidad de vida de sus habitantes y la optimización de los recursos públicos.

De acuerdo a Moreno (2009), “el modelo ideal del financiamiento local o de las finanzas municipales será aquel en el cual los recursos propios (impuestos, tasas, contribuciones) cubran los gastos de funcionamiento del municipio y a su vez puedan generar un excedente de recursos que se denominará ahorro corriente, que complementado con las transferencias condicionadas a la inversión social (participación en los I. C. N.), permitan un autofinanciamiento de los gastos de capital requeridos para el desarrollo municipal y a su vez posibilite la obtención de recursos de cofinanciación o del crédito.”, afirmación acertada de acuerdo a las capacidades que deben desarrollar los municipios con respecto a las herramientas que le ha brindado la normatividad vigente, lo que nos lleva a pensar que los retos de las administraciones territoriales están fundados en encontrar el modelo de gestión financiera que le permita alcanzar el auto-sostenimiento de los gobiernos municipales.

Para esto se pretende realizar un modelo de gestión financiera adecuado que permita a al municipio de belén de Umbría, garantizar los recursos necesarios para aumentar la inversión pública y el desarrollo integral del ente y sirva de modelo para los municipios de sexta categoría en el país.

Se espera que, al concluir el presente trabajo de investigación, se brinden las herramientas adecuadas para que el municipio de Belén de Umbría, pueda llevar a cabo una óptima gestión

financiera territorial, en la cual se fortalezca la inversión pública, la dinamización de la economía y el mejoramiento en la administración de los recursos públicos, con el fin de garantizar el mejoramiento de las condiciones económicas y el bienestar de los habitantes de cada uno de los Municipios.

1.8 Beneficios que conlleva.

- Administrativo. Mejoramiento de la capacidad de los municipios para administrar sus recursos y desarrollar proyectos que mejoren la calidad de vida de los habitantes.
- Político. Independencia de la organización de los municipios, con respecto al compromiso y desarrollo de buenas políticas públicas.
- Económico. Mejoramiento de las condiciones económicas de la subregión, los municipios que la integran y sus habitantes.
- Social. Mayor inversión en los diferentes sectores sociales (Salud, Educación, Vivienda, infraestructura vial, Cultura y deporte).
- Competitividad. Identificación de las ventajas competitivas de la subregión, con respecto al departamento, la región y la nación.
- Fiscal. Aumento de la capacidad de recaudo del ente municipal, a través de los resultados mostrados a la población y la eficiencia en el recaudo.

1.9 Limitaciones previsibles.

- Acceso a la información.
- Desplazamiento a los diferentes Municipios.
- Conocimiento del Régimen Municipal por parte de funcionarios.

Capítulo 2.

Marco referencial

2.1 Marco Teórico.

2.1.1. El Municipio en Colombia. Cuando se entra en la discusión sobre el origen del Municipio en Colombia, se debe contemplar varias etapas en la formación del estado actual. En la etapa de la colonización española se puede considerar como el origen de la administración del Municipio al denominado cabildo o ayuntamiento, que Herrera Llanos en su documento “Régimen Municipal en Colombia”, se refiere al “cuerpo colegiado encargado de administrar la ciudad en todos los aspectos propios de su vida social y que se denominaba CERRADO si sólo sesionaba con sus miembros, o ABIERTO si a la sesión concurrían, además, los vecinos o ciudadanos a deliberar asuntos de interés. Entre sus miembros principales se destacan los REGIDORES, representantes de la comunidad ante los altos poderes; los ALCALDES, que eran funcionarios encargados más de aspectos judiciales que administrativos; los ALFÉREZ, cargo de dignidad real para ocupar un escaño en los cabildos y representar a la corona; el ALGUACIL, especie de policía mayor encargado de materializar las decisiones judiciales; el MAYORDOMO o tesorero y el PROCURADOR DEL CABILDO, que era una especie de personero.” («Herrera Llanos», s. f.)

A partir del Grito de independencia, el 20 de julio de 1810, se trató de alcanzar una organización a partir de la conformación de diferentes órganos que le permitieran consolidar la independencia del reino de España y desarrollar una estructura propia de acuerdo a las necesidades de la nación. Durante este periodo la función de los municipios fue limitada y controlada al máximo por el estado. Los constantes cambios del régimen nacional, ocasionaron que la importancia del municipio dentro del estado pasara a segundo plano y solo hasta la

constitución de 1886, donde se retornó al centralismo del estado, se determinaron las primeras decisiones sobre la división política del país.

A partir de la constitución de 1886 se crean los departamentos, las provincias y los distritos municipales, administrados por los Alcaldes, quien eran designados por el gobernador del departamento, quien a su vez era nombrado por el presidente de la Republica, lo que restringía de manera excepcional la autonomía y la autoridad que podían ejercer dichos alcaldes dentro de los distritos municipales.

Pero fue durante la década de los años ochenta del siglo XX, donde se empieza a destacar la importancia de la descentralización del estado a través del Municipio. La ley 14 de 1983, la ley 50 de 1984 y la ley 55 de 1985 que tratan del fortalecimiento del fisco municipal, funcionamiento del presupuesto público y ordenamiento de las finanzas del estado respectivamente, concluyen con la expedición del acto legislativo No. 01 de 1986, donde se establece la elección popular de los alcaldes municipales. A partir de este momento histórico, se da el primer paso hacia una verdadera descentralización del estado, aunque se debe tener en cuenta, criterios como los expresados por Herrera Llanos (2002), quien afirma “esta última Constitución tampoco ha abandonado su estructura básicamente unitarista, como ya lo hemos dicho, y no es cierto que se haya matriculado en alguna especie de federalismo incipiente, como algunos creen, sino que se perfila y define como un Estado unitario relativamente descentralizado y con alguna autonomía de sus entidades territoriales” («Herrera Llanos», s. f.), lo que se puede evidenciar en la dependencia de los municipios por los recursos de la nación y la necesidad de recurrir a ellos para financiar los principales proyectos económicos y sociales de cada municipio.

A partir de la constitución política de 1991, el municipio se constituyó como la unidad fundamental de la división político-administrativa del estado colombiano, obteniendo así la autonomía suficiente para la toma de decisiones, el manejo de las finanzas públicas, el modelo de desarrollo a implementar y su organización, siempre y cuando se garantice el cumplimiento de la Constitución y la Ley.

2.1.2. Efecto de la Descentralización. El Proceso de descentralización del estado ha sido y debe ser el pilar fundamental sobre el cual se construye el desarrollo de las regiones. Los municipios encuentran grandes retos en la autonomía que la descentralización otorga a los mismos, razón por la cual los municipios deben ser en gran medida autosuficientes y cumplir con los principios de eficiencia, eficacia, efectividad, transparencia, comunicación y oportunidad. Durante la década de los ochenta, cuando se inició el proceso de descentralización, se asumió un gran reto, en el cual el actor más importante es el municipio y su capacidad político – administrativa.

A principios de la década de los ochenta, se presenta el informe final de la Misión sobre finanzas intergubernamentales, realizando un diagnóstico sobre la situación de las finanzas públicas, haciendo énfasis en el mecanismo de transferencias entre los diferentes niveles de gobierno y en la eficiencia económica del gasto público. De acuerdo al análisis realizado por Iregui, Ramos y Saavedra (2001), “El informe hizo algunas recomendaciones para modificar el sistema de transferencias nacionales y los mecanismos de financiación de los departamentos y municipios. En particular, se sugirió la adopción de medidas que condujeran al autofinanciamiento de los municipios grandes y al mantenimiento del sistema de transferencias municipales para localidades medianas y pequeñas, siempre y cuando se tomara en consideración un criterio adicional de esfuerzo fiscal.”

A raíz de este informe e identificado el problema del acentuado centralismo en el que estaba sumido el país, se decide implementar las reformas necesarias para lograr una verdadera autonomía y descentralización de las regiones, con el fin de obtener mejores resultados en la ejecución de proyectos, independencia en la toma de decisiones y desarrollo integral de la nación.

A partir de las reformas realizadas en esta década, se dio un paso muy importante hacia el cumplimiento de objetivos reales en la descentralización de los municipios, siendo los aspectos más importantes a tener en cuenta y según Iregui, Ramos y Saavedra (2001), “las reformas fiscales de los ochenta tuvieron dos objetivos fundamentales: El primero hace referencia al deseo del gobierno de descongestionar su presupuesto de algunas de las responsabilidades de gasto territorial en un momento de crisis y deterioro de las finanzas nacionales; el segundo se refiere al deseo del gobierno nacional de ampliar la cobertura y de mejorar la calidad y la eficiencia del gasto público. La distribución del gasto nacional en las regiones en gran medida reflejaba el poder relativo que estas tenían sobre las decisiones del gasto público nacional. Este hecho produjo reacciones de la población en contra del esquema de asignación del gasto y de la falta de presencia estatal en muchas regiones del país.”

Si bien es cierto que las reformas establecidas generaban un primer cambio en la política centralista, no era suficiente para definir el objeto de las reformas, como un verdadero cambio en la situación de los municipios, pero si suficiente para cambiar la visión sobre el problema real y tomar decisiones que permitieran cumplir con el proceso de descentralización.

A partir de la Constitución Política de 1991 y la promulgación de leyes, como la Ley 60 de 1993 y la Ley 136 de 1994, se les brindaron herramientas a los municipios para obtener una

verdadera autonomía en la administración y ejecución de los recursos propios y de los recursos provenientes de la nación. Sin embargo con estas herramientas, también se le asignaron más responsabilidades, que con el tiempo han causado un gran deterioro en la política fiscal de los entes territoriales, pues muchas de las funciones asignadas, no fueron acompañadas de los recursos para hacerlo, lo cual de acuerdo a la Constitución Política de 1991 en el artículo 356, establece que *“No se podrán descentralizar responsabilidades sin la previa asignación de los recursos fiscales suficientes para atenderlas.”*, hecho que en diferentes leyes y sentencias de la Corte Constitucional, ha sido pasado por alto, provocando un desequilibrio de las finanzas públicas de los municipios.

Otro aspecto que ha generado un desequilibrio en el estado de las finanzas públicas territoriales, ha sido la imposibilidad de poder crear nuevas fuentes de financiación; para Iregui, Ramos y Saavedra (2001), *“La poca flexibilidad para generar rentas propias lleva a que los gobiernos territoriales dependan de las transferencias del gobierno nacional. De hecho, este tipo de trasferencias nacionales constituyen la fuente de ingresos más importante para la mayoría de los departamentos y de los municipios del país.”*

Sin embargo, los municipios se han escudado en este precepto, para evadir sus responsabilidades en la gestión adecuada en el recaudo de sus rentas propias, en el funcionamiento de las administraciones locales, en el déficit fiscal que se presenta y en la poca inversión realizada en sus poblaciones y aunque por parte del gobierno nacional, se debe replantear las fuentes de financiación para las entidades territoriales, de acuerdo a las responsabilidades entregadas, también se debe replantear por parte de los municipios la incapacidad que demuestran en la administración y ejecución de los recursos y evitar caer en la

llamada “pereza fiscal”, la cual se define como la dependencia de las transferencias de la nación por el descuido en el recaudo de sus tributos.

2.1.3. Categorización de los municipios. Los Municipios se encuentran categorizados de acuerdo a lo establecido en la Ley 136 de 1994, modificado por la Ley 617 de 2000 y también modificado por el artículo 7 de la ley 1551 de 2012 de la siguiente Manera:

Artículo 7°. El artículo 6° de la Ley 136 de 1994 quedará así:

Artículo 6°. *Categorización de los Distritos y municipios.* Los distritos y municipios se clasificarán atendiendo su población, ingresos corrientes de libre destinación, importancia económica y situación geográfica. Para efectos de lo previsto en la ley y las demás normas que expresamente lo dispongan, las categorías serán las siguientes:

I. PRIMER GRUPO (GRANDES MUNICIPIOS):

1. CATEGORÍA ESPECIAL

Población: Superior o igual a los quinientos mil uno (500.001) habitantes.

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: que superen cuatrocientos mil (400.000) salarios mínimos legales mensuales vigentes.

Importancia económica: Grado uno.

2. PRIMERA CATEGORÍA

Población: Comprendida entre cien mil uno (100.001) y quinientos mil (500.000) habitantes.

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: Superiores a cien mil (100.000) y hasta de cuatrocientos mil (400.000) salarios mínimos legales mensuales vigentes.

Importancia económica: Grado dos.

II. SEGUNDO GRUPO (MUNICIPIOS INTERMEDIOS)

3. SEGUNDA CATEGORÍA

Población: Con población comprendida entre cincuenta mil uno (50.001) y cien mil (100.000) habitantes.

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: Superiores a cincuenta mil (50.000) y hasta de cien mil (100.000) salarios mínimos legales mensuales vigentes.

Importancia económica: Grado tres.

4. TERCERA CATEGORÍA

Población: Con población comprendida entre treinta mil uno (30.001) y cincuenta mil (50.000) habitantes.

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: Superiores a treinta mil (30.000) y hasta de cincuenta mil (50.000) salarios mínimos legales mensuales.

Importancia económica: Grado cuatro.

5. CUARTA CATEGORÍA

Población: Con población comprendida entre veinte mil uno (20.001) y treinta mil (30.000) habitantes.

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: Superiores a veinticinco mil (25.000) y de hasta de treinta mil (30.000) salarios mínimos legales mensuales.

Importancia económica: Grado cinco.

6. QUINTA CATEGORÍA

Población: población comprendida entre diez mil uno (10.001) y veinte mil (20.000) habitantes

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: Superiores a quince mil (15.000) y hasta veinticinco mil (25.000) salarios mínimos legales mensuales.

Importancia económica: Grado seis.

7. SEXTA CATEGORÍA

Población: Población igual o inferior a diez mil (10.000).

Ingresos corrientes de libre destinación anuales: No superiores a quince mil (15.000) salarios mínimos legales mensuales.

Importancia económica: Grado siete.

Parágrafo 1°. Los municipios que de acuerdo con su población deban clasificarse en una determinada categoría, pero superen el monto de ingresos corrientes de libre destinación anuales señalados en el presente artículo para la misma, se clasificarán en la categoría inmediatamente superior.

Los municipios cuya población corresponda a una categoría determinada, pero cuyos ingresos corrientes de libre destinación anuales no alcancen el monto señalado en el presente artículo para la misma, se clasificarán en la categoría correspondiente a sus ingresos corrientes de libre destinación anuales.

Parágrafo 2°. Reglamentado por el Decreto Nacional 1638 de 2013. Se entiende por importancia económica el peso relativo que representa el Producto Interno Bruto de cada uno de los municipios dentro de su departamento. El Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, será responsable de calcular dicho indicador.

Parágrafo 3°. Sin perjuicio de la categoría que corresponda según los criterios señalados en el presente artículo, cuando un distrito o municipio destine a gastos de funcionamiento porcentajes superiores a los límites que establece la ley se reclasificará en la categoría inmediatamente inferior.

Ningún municipio podrá aumentar o descender más de dos categorías entre un año y el siguiente.

Parágrafo 4°. Los alcaldes determinarán anualmente, mediante decreto expedido antes del treinta y uno (31) de octubre, la categoría en la que se encuentra clasificado para el año siguiente, el respectivo distrito o municipio.

Para determinar la categoría, el decreto tendrá como base las certificaciones que expida el Contralor General de la República sobre los ingresos corrientes de libre destinación recaudados efectivamente en la vigencia anterior y sobre la relación porcentual entre los gastos de funcionamiento y los ingresos corrientes de libre destinación de la vigencia inmediatamente anterior, y la certificación que expida el Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, sobre población para el año anterior y sobre el indicador de importancia económica. El Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, y el Contralor General de la República remitirán al alcalde la certificación de que trata el presente artículo, a más tardar, el treinta y uno (31) de julio de cada año,

Si el respectivo Alcalde no expide el decreto en el término señalado en el presente parágrafo, dicha categorización será fijada por el Contador General de la Nación en el mes de noviembre. El salario mínimo legal mensual que servirá de base para la conversión de los ingresos, será el que corresponda al mismo año de la vigencia de los ingresos corrientes de libre destinación determinados en el presente artículo.

Parágrafo 5°. Los municipios de frontera con población superior a setenta mil (70.000) habitantes, por su condición estratégica, se clasificarán como mínimo en la cuarta categoría, y en ningún caso los gastos de funcionamiento de dichos municipios podrán superar el ochenta por ciento de sus ingresos corrientes de libre destinación.

Parágrafo 6°. Los municipios pertenecientes a cada uno de los grupos establecidos en el presente artículo, tendrán distinto régimen en su organización, gobierno y administración. El

régimen correspondiente a cada categoría será desarrollado por la ley que para el efecto expida el Congreso de la República en el término de dos años contados a partir de la entrada en vigencia de la presente ley. Las comisiones especiales de ordenamiento territorial del Congreso de la República tendrán activa participación en el proceso de formación.

Parágrafo 7°. El ejercicio de las atribuciones y funciones voluntarias se hará dentro del marco y los límites fijados por la ley, según sus capacidades fiscal y administrativa y en el marco de la celebración de contratos plan.

Analizando la normatividad sobre la categorización de los municipios, se puede observar que existen muchos municipios que, aunque poseen poblaciones importantes, no logran pasar de la sexta categoría, debido a la inadecuada gestión en la elaboración de su estatuto tributario y el bajo recaudo de las rentas establecidas en el mismo, lo que genera una baja disponibilidad de recursos propios de libre destinación y una escasa inversión en cada uno de los municipios.

Tabla 1.

Número de municipios de acuerdo a categoría Ley 617 de 2000 en el año 2015.

Categorías Ley 617 de 2000	Número de Municipios	Número de Municipio por población (Proyección 2015)
1	24	52
2	19	65
3	16	118
4	26	136
5	39	297
6	971	423
E	6	10
Total Municipios	1101	1101

2.2 Marco conceptual.

2.2.1. Finanzas publicas territoriales. El concepto de finanzas públicas nace a raíz de la incidencia que empezó a tener en la economía clásica el sector público, que cada día tomo mayor relevancia ya que sus decisiones afectaban al sector privado y a la sociedad en general. Grandes teóricos de la teoría económica fueron los que lograron avances notables en el desarrollo de su definición, entre estos, Adam Smith, Mill, Dupuit, Ricardo, Pigou, Wicksell, Keynes, Samuelson y Musgrave.

Además de los avances que se han obtenido a través del desarrollo de las diferentes teorías económicas, también se debe destacar los factores de crecimiento de los sectores político y social, como fundamento para lograr el fortalecimiento en el estudio de las finanzas públicas como materia.

Las finanzas públicas son una rama de la economía que se encarga del desarrollo económico del sector gubernamental. Musgrave (1959), afirma:

Al conjunto de problemas que se centran en torno al proceso de ingreso-gasto del Estado se le denomina tradicionalmente Finanzas Públicas. Siguiendo este convenio, se emplea el mismo término en el título de este volumen, pero con mucha vacilación. Aun cuando las operaciones del erario público suponen flujos monetarios de ingresos y gastos, los problemas básicos no son cuestiones financieras. Por tanto, debemos considerar nuestra tarea como una investigación sobre los principios de la economía pública. O, más exactamente, sobre aquellos aspectos de la política económica que surgen en las operaciones del presupuesto público.

Teniendo en cuenta la anterior definición, se puede anexar, que las finanzas públicas tienen como fundamento el estudio de la estructura del presupuesto público que permite al sector

gubernamental, desarrollar las diferentes actividades tendientes a generar satisfacción de las necesidades de la población y el fortalecimiento de su músculo económico.

En el desarrollo de la teoría económica sobre las finanzas públicas, son muchos los postulados que se han expuesto, de acuerdo a la evolución de los estados hacia la satisfacción de las necesidades de los ciudadanos y el mejoramiento de las condiciones socioeconómicas de los estados.

De acuerdo a la evolución histórica de los estados y sus modelos económicos se ha desarrollado el tema de las finanzas públicas desde los siguientes aspectos principales: El estado como observador del desarrollo del sector privado el cual recauda los impuestos, regula algunas situaciones del mercado y llevan registros contables del sistema; el estado central como regulador del mercado, que interviene en las decisiones del mismo y provee a los ciudadanos bienestar mediante la asignación de recursos con políticas fiscales redistributivas; el estado descentralizado que encarga a sus sub-territorios de responsabilidades, con manejo independiente de sus finanzas y sus decisiones político administrativas, que suple las necesidades de sus ciudadanos y deja al gobierno central, las decisiones en temas de interés superior como el modelo económico, la defensa, las relaciones internacionales, entre otras.

En la actualidad, las finanzas públicas han pasado del intervencionismo, donde el estado era centralista y se encargaba de tomar todas las decisiones relevantes para sus ciudadanos, el cual fue basado en el modelo Keynesiano, donde se establecía, “los estados intervienen activamente en las economías para poder garantizar la estabilidad del capitalismo mediante políticas fiscales, modificando la estructura de la demanda con gasto público para elevar el consumo y a su vez dinamizar el ciclo productivo con los efectos macroeconómicos que llevaba consigo.” (Moreno, 2009), a un modelo descentralizado en el cual la base fundamental es la entrega de

responsabilidades a los municipios o ayuntamientos, los cuales se convierten en la unidad fundamental de la división político – administrativa de los estados, se autogobiernan, generan sus propios ingresos y se encargan de proveer a la población los servicios fundamentales para satisfacer sus necesidades básicas insatisfechas.

Las finanzas públicas territoriales se desarrollan a partir de este concepto y su campo de estudio se fundamenta en el fortalecimiento de la estructura financiera de los entes territoriales, los cuales deben cumplir con las funciones asignadas por el estado a partir de las diferentes normas y leyes que rigen su participación dentro del mismo; hacen parte de la estructura de las finanzas públicas territoriales, el presupuesto público, el cual se compone de los Ingresos, el gasto público y la deuda pública, como principales elementos.

2.2.2. El Presupuesto Público. El presupuesto público es la herramienta más importante para la gestión financiera dentro de las entidades gubernamentales y por ende es el eje de la misma. De acuerdo a Mendoza (2007), “La manera más elemental de definir el presupuesto público es considerarlo como una proyección de los ingresos y los gastos que durante un cierto periodo de tiempo va a tener el gobierno en general o alguna de sus dependencias.”. En este orden de ideas el presupuesto público fija los ingresos que se esperan recibir, así como los gastos que va a realizar en un periodo que por lo general es de un año y al cual se define como vigencia fiscal.

El Presupuesto público de una entidad del estado es aprobado por un cuerpo colegiado, que es la autoridad encargada del trámite del mismo; a nivel nacional es el Congreso de la Republica el encargado de dicha labor, en los departamentos es la Asamblea departamental y en los Municipios o distritos es el Concejo quien realiza esta actividad.

El Presupuesto Público hacer parte del Sistema Presupuestal, que además integran el Plan Financiero, el Plan Operativo Anual de inversiones, el Marco Fiscal de Mediano Plazo y el Programa Anualizado de Caja; estos elementos permiten cumplir con los objetivos del sistema, en el cual se espera el equilibrio entre los ingresos y los gastos públicos, la sostenibilidad de las finanzas públicas en el mediano plazo y la utilización eficiente de los recursos en un contexto de transparencia.

El Presupuesto Público está compuesto por el Presupuesto de Ingresos o rentas, el Presupuesto de gastos o apropiaciones y las disposiciones generales.

El Presupuesto de ingresos o rentas, está conformado por los Ingresos Corrientes, Los Recursos de Capital, los fondos especiales y los recursos de los establecimientos públicos.

Dentro de los Ingresos Corrientes se encuentran los recursos propios (tributarios o no tributarios) y las transferencias del orden nacional; dentro de los recursos de capital se contemplan los créditos realizados por las entidades, los recursos del balance, la recuperación de cartera, los excedentes financieros, entre otros.

Del Presupuesto de Gastos o Apropiaciones hacen parte los Gastos de funcionamiento, Servicio de la deuda pública y los Gastos de inversión.

Para una adecuada gestión financiera se debe garantizar la maximización de los Ingresos por Recursos Propios, la minimización de los Gastos de funcionamiento y la baja dependencia de las Transferencias de la nación, para obtener un ejercicio financiero que permita maximizar la inversión del estado.

2.2.3. Las Rentas Municipales. Los municipios cuentan con una diversidad de impuestos establecidos por la normatividad, pero son el impuesto predial unificado y el impuesto

de industria y comercio, los tributos que más contribuyen en la obtención de recursos propios para estos entes territoriales.

Una adecuada gestión en el recaudo de estos tributos, aumenta de manera considerable las fuentes de autofinanciación de los municipios, obteniendo mejores resultados en el equilibrio financiero y la inversión social en su territorio, razón por la cual se debe prestar especial atención en el diseño de estrategias que permitan el cobro efectivo de los mismos.

Además de los recursos propios, los municipios reciben las transferencias reglamentadas en la Ley 715 de 2001, a través del sistema general de participaciones; también los recursos que puede acceder a través del Sistema General de Regalías presentando los proyectos que se puedan viabilizar por los OCAD (Órganos Colegiados de Administración y Decisión) en los diferentes niveles de gestión; recursos del orden departamental y nacional para la cofinanciación de proyectos. Todos los anteriores hacen parte de las rentas municipales.

Pero la importancia de los recursos propios de las entidades territoriales, nace en la necesidad de los municipios en lograr un autofinanciamiento, de evitar la dependencia de las transferencias nacionales, aumentar los recursos disponibles para la inversión social y lograr aumentar los indicadores de desarrollo socioeconómico en sus territorios. A continuación, se exponen las características principales de los principales impuestos municipales.

Impuesto Predial Unificado. El impuesto predial Unificado es un tributo de orden municipal, tiene como base gravable el avalúo catastral de los predios y edificaciones en todo su territorio. La liquidación de este impuesto se realiza con base en las tasas impositivas que oscilan entre el 5 y el 16 por mil, las cuales son fijadas por el Concejo Municipal, teniendo en cuenta el estrato socioeconómico, los usos de suelo en el sector urbano y el valor de la propiedad; es un impuesto que se liquida anualmente. Es una fuente importante de recaudo, especialmente en los

municipios pequeños (en relación con el número de habitantes), pues a medida que el municipio crece, su importancia es relativa en cuanto al impuesto de industria y comercio. A este impuesto se le pueden adicionar contribuciones para la corporación ambiental y la actividad bomberil.

Impuesto de Industria y Comercio. El Impuesto de Industria y Comercio, es un tributo indirecto, se genera por el ejercicio o la realización directa o indirecta de cualquier actividad industrial, comercial o de servicio. Los Responsables del impuesto en cada municipio deberán registrar la actividad comercial, industrial o de servicios, realizada tanto en sucursales o agencias. Por lo tanto, deberán llevar contabilidad que permita establecer la base gravable del impuesto (Mendoza, 2007).

La base gravable de este impuesto se obtiene al calcular el promedio mensual de los ingresos brutos del año inmediatamente anterior, expresados en moneda nacional, y obtenidos por los sujetos pasivos del impuesto. Este es un tributo anual y las tarifas se establecen entre el 2 al 7 x 1000 para actividades industriales y entre el 2 al 10 x 1000 en las actividades comerciales y de servicio. Sobre él se puede cobrar el complementario de avisos y tableros el cual corresponde al 15% del valor del impuesto.

Impuesto de Circulación y Transito. Gravado sobre el valor comercial de los vehículos de servicio público de tracción mecánica por su posesión causado en el año fiscal con tarifa establecida en la Ley 488 de 1998. El sujeto pasivo es el propietario o poseedor.

Participación en Plusvalía. La participación en plusvalía fue reglamentada por la Ley 388 de 1997 en la cual se define “La participación en la plusvalía, como mecanismo de redistribución de los beneficios generados por el ordenamiento urbano a través de acciones administrativas, le permite al Estado a través de la acción pública (incorporación de terrenos al perímetro humano, cambio de destino de terrenos o inmuebles para usos más rentables, mayores

densidades de construcción) que significan incrementos en el valor de los terrenos o inmuebles, que serán compartidos entre la administración local y el propietario particular, reconociendo equitativamente el aporte al desarrollo de los interesados”. 2

Esta participación se genera cuando las actuaciones de los municipios aumentan el valor de los terrenos por diferentes acciones administrativas y el valor de la plusvalía se determina por el mayor valor generado por metro cuadrado (precio nuevo de referencia – precio anterior) multiplicado por los metros cuadrados de la superficie. El monto de participación en plusvalía lo determinaran los Concejos Municipales en porcentajes que oscilan entre el 30% y el 50% del mayor valor por metro cuadrado generado.

Impuesto de Delineación Urbana. Este impuesto se cobra sobre la expedición de licencias para construcción, ampliación, modificación, etc., tomando como base gravable el presupuesto de la obra, causado cuando se genere el hecho generador con tarifa establecida por los Concejos Municipales. El sujeto pasivo es el propietario del predio.

Impuesto de degüello de ganado Mayor y Menor. El impuesto de degüello de ganado mayor es un impuesto departamental, en el cual los departamentos deben girar mínimo el 10% a los municipios. En algunos departamentos se transfieren en su totalidad a los municipios. El impuesto de degüello de ganado menor, si es un impuesto de carácter municipal. Están reglamentados por Ley 31 de 1945, y artículo 226 del Decreto-ley 1333 de 1986.

Sobretasa a la Gasolina. La sobretasa a la gasolina tiene como hecho generador el consumo de gasolina y A.C.P.M., el sujeto pasivo son las distribuidoras, mayoristas, expendedores, etc., la tarifa para la gasolina es del 18.5% y para el A.C.P.M. del 6%, la base gravable está constituida por el valor de referencia al público que mensualmente certifique el Ministerio de Minas y Energía. Está reglamentada por la Ley 788 de 2002.

Participación en el Impuesto sobre Vehículos Automotores. Aunque este es un impuesto departamental, de acuerdo a la ley 488 de 1998, los municipios participan con una contribución del 20% sobre el recaudo del mismo.

Contribución de valorización. El impuesto de valorización, establecido por el Art. 3o. de la Ley 25 de 1921, como "una contribución sobre las propiedades raíces que se benefician con la ejecución de obras de interés público local", se hace extensivo a todas las obras de interés público que ejecuten la Nación, los Departamentos, el Distrito Especial de Bogotá, los Municipios o cualquiera otra entidad de derecho público y que benefician a la propiedad inmueble, y en adelante se denominará exclusivamente contribución de valorización”.

Otros Impuestos Municipales. Existen Otros impuestos que hacen parte de la estructura tributaria municipal los cuales se mencionan a continuación:

- Impuesto al Uso del Suelo.
- Impuesto a los juegos de Suerte y Azar.
- Impuesto de Alumbrado Público.
- Estampillas reglamentadas por los Concejos Municipales sobre los Contratos suscritos con la respectiva entidad territorial.

2.2.4. Gasto Público. El Gasto Publico se define como la parte del Presupuesto Público donde se efectúa la programación de las diferentes apropiaciones realizadas por el gobierno para garantizar su funcionamiento, cumplir con sus obligaciones crediticias y realizar la inversión estatal. Para Silva, Páez y Rodríguez (2008), “Por medio del gasto público el gobierno asume la responsabilidad de proveer bienes públicos a la comunidad y en esta operación redistribuye el ingreso y la riqueza vía transferencias de recursos”, lo que presenta como el gasto publico ayuda a la redistribución de la riqueza y la satisfacción de las necesidades de los ciudadanos.

De la eficiencia en la ejecución del gasto se puede lograr el cumplimiento de “los objetivos de las finanzas públicas de asignación de recursos, redistribución del ingreso, estabilización económica y formación del capital” (Mendoza, 2007).

El gasto público esta encadenado al cumplimiento de los planes de desarrollo de las entidades gubernamentales, razón por la cual de su efectividad, eficacia y eficiencia, depende el adecuado ejercicio de la gestión pública y el alcanzar las metas fijadas en los mismos.

Es así como del Gasto Publico se divide en tres grandes componentes a saber: Gastos de Funcionamiento, Servicio de la Deuda y Gastos de Inversión.

Los Gastos de funcionamiento, son las apropiaciones por medio de las cuales se sufragan las diferentes acciones que le permiten a la entidad cumplir con sus competencias legales de la administración y desarrollar las funciones públicas asignadas por mandato constitucional dentro de su ámbito jurídico.

De la óptima ejecución de los gastos de funcionamiento se pueden obtener resultados referentes al cumplimiento de los requisitos que se exigen en la Ley 617 de 2000, la independencia de las transferencias Nacionales y el aprovechamiento de recursos para realizar inversión estatal.

Los Gastos de Servicio de la Deuda, permiten a la entidad cumplir con las obligaciones crediticias adquiridas por la entidad a través de las diferentes modalidades establecidas en la normatividad vigente.

Los Gastos de Inversión, son los gastos en los que incurre la entidad, buscando obtener un crecimiento y desarrollo económico, social y cultural; a través de la inversión, se genera riqueza y pueden contribuir al mejoramiento de las condiciones de vida de los ciudadanos. Por medio de este tipo de gastos se genera efectivamente la redistribución de la riqueza y contribuye

a satisfacer las necesidades básicas de la población. Su adecuada utilización permite a los entes territoriales obtener un crecimiento significativo, razón por la cual la maximización de los recursos para la inversión, deben ser uno de los principales objetivos de las finanzas públicas territoriales.

2.2.5. Evaluación del Desempeño Fiscal. La Evaluación del Desempeño Fiscal de los municipios y departamentos, mide los logros alcanzados por las entidades territoriales, en el ámbito económico y financiero, con esta evaluación, la Dirección Nacional de Planeación (DNP), busca cumplir con los siguientes objetivos:

- Realizar un seguimiento al desempeño de las administraciones territoriales en el ámbito de las finanzas públicas.
- Analizar las causas de los resultados fiscales territoriales.
- Determinar las entidades territoriales de mejores desempeños fiscales.
- Arrojar señales tendientes a observar las entidades territoriales de más difícil situación fiscal.
- Determinar las entidades territoriales con mayores recursos fiscales.

La metodología empleada por el DNP, se expone a continuación:

A. Metodología para el análisis del desempeño fiscal (tomado de la DNP). La metodología precisa la clasificación de las cuentas de ejecución presupuestal en un formato coherente de operaciones efectivas de caja, que permite calcular el déficit y el monto de su financiamiento. Las cuentas de ingresos y gastos se clasifican según su destino económico en dos grupos: según sean para cubrir gastos recurrentes o para cubrir gastos de inversión. La medición del Desempeño Fiscal conlleva a tratar un conjunto de variables correspondientes a cada categoría

de las entidades. El objetivo metodológico es sintetizar el conjunto de aspectos en uno integral, el cual se denomina Índice de Desempeño Fiscal.

El proceso de construcción del indicador total de desempeño se puede resumir de la siguiente manera:

Determinación de una medida del sector que sintetice el grupo de variables que lo conforman, a partir del análisis de componentes principales. Formalmente para el sector y sus k variables, el indicador será:

$$\text{Indicador del sector fiscal: } I_i = f(\alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k)$$

Es necesario “direccionar” las variables de forma tal que, a medida que el valor de cada una de las variables se incrementa su importancia también lo hace. Por su parte, los indicadores sintéticos obtenidos necesitan ser llevados a una escala que haga fácil su comprensión, aplicación e interpretación. Esta tipificación se logra cambiando la escala, de tal manera que el rango posible de valores entre el cual se encuentre, sea de 0 a 100 puntos. Este cambio de escala no modifica el ordenamiento que se logre con el índice inicial, de tal manera que valores cercanos a cero siguen significando un menor desempeño, mientras que valores cercanos a 100 lo contrario.

La calificación final se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Calificación}_i = \alpha_1 * X_1 + \alpha_2 * X_2 + \alpha_3 * X_3 + \alpha_4 * X_4 + \alpha_5 * X_5 + \alpha_6 * X_6$$

Donde,

i : 1, 2, ..., 1101 municipios.

α_i : 1, 2, ..., 6 ponderadores estimados de cada uno de los indicadores calculados.

X_i : 1, 2, ..., 6. Numero de indicadores incluidos en la evaluación.

Una vez realizado el cálculo de seis indicadores de gestión financiera, se hace una agregación en un indicador sintético con un escalafón (“ranking”) de desempeño a partir de este índice agregado. El indicador sintético mide globalmente el resultado fiscal alcanzado en cada año y se encuentra en una escala de 0 a 100, donde valores cercanos a 0 reflejan bajo desempeño fiscal y valores cercanos a 100 significan que la entidad territorial logro en conjunto los siguientes resultados:

- Buen balance en su desempeño fiscal.
- Suficientes recursos para sostener su funcionamiento.
- Cumplimiento a los límites de gasto de funcionamiento según la Ley 617/2000.
- Importante nivel de recursos propios (solvencia tributaria) como contrapartida a los recursos de SGP.
- Altos niveles de inversión.
- Adecuada capacidad de respaldo del servicio de su deuda.
- Generación de ahorro corriente, necesario para garantizar su solvencia financiera.

Los indicadores utilizados se obtienen a partir de la estructura de cuentas anteriormente descrita y se reflejan en cada uno de los seis componentes del índice.

1. Autofinanciación de los gastos de funcionamiento. La autofinanciación de los gastos de funcionamiento mide que parte de los recursos de libre destinación está destinada a pagar la nómina y los gastos generales de operación de la administración central de la entidad territorial. Lo deseable es que este indicador sea igual o menor al límite establecido en la Ley 617 de 2000, de acuerdo con la categoría correspondiente. La información se obtiene a partir de las ejecuciones presupuestales reportadas al DNP. Los ingresos corrientes de libre destinación son

los ingresos tributarios y no tributarios, y se excluyen los recursos que por ley o acto administrativo tienen destinación específica para inversión u otro fin.

2. *Respaldo del servicio de la deuda.* El indicador de respaldo de la deuda se obtiene como la proporción de los ingresos disponibles que están respaldando el servicio de la deuda. Este indicador guarda relación con los indicadores de la ley 358 de 1997 y 819 de 2003 y se espera que la deuda total no supere la capacidad de pago de la entidad ni comprometa su liquidez en el pago de otros gastos.

3. *Dependencia de las transferencias de la Nación y las Regalías (SGR).* La dependencia de las transferencias y las regalías mide la importancia que estos recursos tienen en relación con el total de fuentes de financiación. Es decir, indica el peso que tienen estos recursos en el total de ingresos y su magnitud refleja el grado en el cual las transferencias y regalías se convierten en los recursos fundamentales para financiar el desarrollo territorial. Un indicador por encima de 60% señala que la entidad territorial financia sus gastos principalmente con recursos de transferencias de la Nación y Regalías. El monto de las transferencias no incluye los recursos de cofinanciación, pues son recursos no homogéneos a todas las entidades territoriales y, de ser considerados, generaría distorsiones en la evaluación.

4. *Generación de recursos propios.* Como complemento al indicador anterior se relaciona el de generación de los ingresos propios, el cual refleja el peso relativo de los ingresos tributarios en el total de ingresos corrientes. Esta es una medida del esfuerzo fiscal que hacen las administraciones al comparar las fuentes endógenas de ingresos como lo son los impuestos que genera autónomamente la entidad territorial, y mide la importancia de esta gestión tributaria frente a otras fuentes externas de financiamiento del gasto corriente. El indicador se incluye para valorar el esfuerzo que hacen las entidades territoriales de generar rentas tributarias propias, pues

el solo indicador de transferencias y regalías dejaría incompleto el análisis. Este indicador es importante para valorar explícitamente el esfuerzo fiscal territorial.

5. *Magnitud de la inversión.* El indicador de magnitud de la inversión pública permite cuantificar el grado de inversión que hace la entidad territorial, respecto del gasto total. Se espera que este indicador sea superior a 70%, lo que significa que más de la mitad del gasto se está destinando a inversión. Para el cálculo de este indicador se entiende como inversión no solamente la formación bruta de capital fijo sino también lo que se denomina inversión social, la cual incluye el pago de nómina de médicos y maestros, capacitaciones, subsidios, dotaciones escolares, etc. independientemente de las fuente de financiación. En un sentido más amplio, la inversión pública comprende tanto los gastos destinados a incrementar, mantener o mejorar las existencias de capital físico de dominio público destinado a la prestación de servicios sociales (p.ej., hospitales, escuelas y vivienda), así como el gasto destinado a incrementar, mantener o recuperar la capacidad de generación de beneficios de un recurso humano (p.ej., educación, capacitación, nutrición, etc.). Es importante aclarar que el concepto de inversión social se diferencia del concepto de inversión de las Cuentas Nacionales, donde se incluyen los gastos en capital no físico (esto es, en capital humano) que, al igual que los gastos en capital físico, mejoran o incrementan la capacidad de producción o de prestación de servicios de la economía.

6. *Capacidad de ahorro.* Finalmente, el indicador de capacidad de ahorro es el balance entre los ingresos corrientes y los gastos corrientes y es igual al ahorro corriente como porcentaje de los ingresos corrientes. Este indicador es una medida de la solvencia que tiene la entidad territorial para generar excedentes propios que se destinen a inversión, complementariamente al uso de transferencias de la Nación y la regalías. Se espera que este indicador sea positivo, es decir, que las entidades territoriales generen ahorro. Este indicador incluye no solamente los

ingresos corrientes de libre destinación de que habla la Ley 617 de 2000, sino también aquellos que legalmente no tienen destinación forzosa para inversión, estén o no comprometidos en alguna destinación específica por acto administrativo. A su vez, el indicador incluye dentro de los gastos de funcionamiento las transferencias a los órganos de control (asambleas, contralorías, personerías y concejos), los gastos de funcionamiento de la administración central. Al gasto corriente, se le suma los intereses de la deuda que corresponden en la práctica el costo por el uso del capital y no generan inversión.

2.2.6 EL Análisis Envolvente de Datos (DEA). Orígenes. No es extraño encontrar la afirmación de que el modelo de análisis DEA fue desarrollado por primera vez en el año 1978 por **Charnes, Cooper y Rhodes, Seiford (1996:99)**, **Charnes et al (1997:3)** afirman que el origen de esta técnica es debido a **Rhodes (1978)**, el cual la aplicó (en su tesis doctoral dirigida por **W.W. Cooper**) al análisis de eficiencia del programa de educación *Follow-Through* de las escuelas públicas de los Estados Unidos.

Fundamentalmente, este método sigue los conceptos básicos de **Farrell (1957)**. No obstante, junto con este autor, hubo varios otros que proporcionaron los fundamentos necesarios para que DEA pudiera surgir y fuese utilizado (**Seiford (1996:99)**): **Charnes y Cooper (1962)**, **Aigner y Chu (1968)** y **Afriat (1972)**.

Aigner y Chu (1968) trataron de continuar el trabajo seminal de **Farrell (1957)**. Tras distinguir entre diversos conceptos de función de producción que hacían complicado su entendimiento abordan la labor de completar el trabajo de **Farrell** en aquellos aspectos en los que este autor no logró ser lo suficientemente genérico (por ejemplo, en la estimación de la frontera eficiente bajo la ley de las proporciones variables) utilizando métodos de programación matemática (**Aigner y Chu (1968: 830-1)**). Sin embargo, cabe mencionar que aunque estos

autores perseguían una generalización del método de **Farrell (1957)** introdujeron también un elemento restrictivo al considerar concreciones predeterminadas de las funciones de producción ya que una de las características que hacían amplia a la idea de **Farrell** era la no necesidad de considerar previamente una forma específica de función de producción. Además, un problema adicional con su procedimiento es que los test habituales de significatividad de las estimaciones se basaban en supuestos muy restrictivos acerca de las perturbaciones (**Dunlop (1985:13-14)**).

Un enfoque diferente es el que realizó **Afriat (1972)** al desarrollar un método de análisis de la producción que, en la filosofía de **Farrell (1957)**, evitaba la consideración de especificaciones concretas de la función de producción y, al mismo tiempo, convertía al método de **Farrell** en un caso particular (**Afriat (1972:568-9)**). De todos modos, este autor sí que basa su análisis en consideraciones específicas acerca de determinadas propiedades (no decrecimiento, concavidad...) que deben tener las funciones de producción para que puedan cumplirse las conclusiones de los teoremas enunciados.

En definitiva todos los precedentes comentados generarían un método que compara entre sí unidades de decisión (DMU) homogéneas respecto a inputs y outputs, dando así una medida de la eficiencia relativa. La eficiencia técnica relativa de cada DMU es calculada computando el ratio definido por el cociente entre la suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs, siendo los pesos calculados en función de criterios paretianos y considerando que la eficiencia de ninguna entidad puede superar la unidad (**Charnes et alter (1997:6)**).

Fundamentos. Una vez expuestos sus orígenes, se trataría de continuar con sus fundamentos. Para ello, primero se procederá a exponer una serie de conceptos relacionados con la filosofía del modelo y después, en el siguiente epígrafe, se comentarán los detalles del mismo. Finalmente, se comentarán las ventajas y desventajas de esta técnica.

DEA es una técnica de medición de la eficiencia basada en la obtención de una frontera de eficiencia a partir del conjunto de observaciones que se considere sin la estimación de ninguna función de producción, es decir, sin necesidad de conocer ninguna forma de relación funcional entre inputs y outputs. Es en definitiva una alternativa para extraer información de observaciones frente a los métodos paramétricos cuyo objetivo es la obtención de un hiperplano que se ajuste lo mejor posible al conjunto de observaciones. DEA, por el contrario, trata de optimizar la medida de eficiencia de cada unidad analizada para crear así una frontera eficiente basada en el criterio de **Pareto (Charnes et al (1997:4))**. De este modo, primero se construye la frontera de producción empírica y después se evalúa la eficiencia de cada unidad observada que no pertenezca a la frontera de eficiencia. Así, además de no ser un método paramétrico (por no presuponer la existencia de una función que relacione inputs con outputs) tampoco es estadístico puesto que no asume que la eficiencia no captada siga algún tipo de distribución probabilística (al estilo de los tests de consistencia de inputs y outputs observados con la frontera de producción implementados por **Hannoch y Rothschild (1972)** y **(Sengupta (1987:2280))**).

De cara al proceso de evaluación, se considera que una unidad productiva es eficiente y, por tanto, que pertenece a la frontera de producción, cuando produce más de algún output sin generar menos del resto y sin consumir más inputs, o bien, cuando utilizando menos de algún input, y no más del resto, genere los mismos productos (Charnes Cooper y Rhodes (1981:669)).

Lo anterior explicaría el tipo de elementos que componen la frontera eficiente, pero deja sin aclarar cómo evaluar las DMUs que no formen parte de ella. La idea es comparar cada unidad no eficiente con aquella que lo sea y, a la vez, tenga una técnica de producción similar; es decir, que utilice inputs similares para producir outputs parecidos.

No necesariamente debe ocurrir que esa entidad, eficiente y homogénea técnicamente con la evaluada, deba tener su reflejo en la realidad. Puede ocurrir (de hecho es lo usual) que la unidad con la que se compare la entidad en evaluación no sea real sino una combinación lineal de otras existentes. Esta peculiaridad es perfectamente coherente con el planteamiento de Farrell (1957:254-8)¹ explicado antes y asume dos requisitos: la posibilidad de utilización de insumos de modo continuo y la convexidad de la frontera de eficiencia. El conjunto de unidades reales eficientes combinadas para generar otra unidad eficiente, pero ficticia, se denomina grupo de referencia y su identificación permite planificar las mejoras de las DMUs ineficientes sobre la base de niveles efectivamente alcanzados.

En cualquier caso, para medir la eficiencia de una unidad hay dos opciones. La primera, comprobar la cantidad de inputs utilizada para obtener el mismo output (orientación al input) y, la segunda, lograr el máximo output manteniendo los inputs (orientación al output). Escoger una vía u otra debe depender de las características concretas del problema a analizar.

El modelo básico. Inicialmente dicho modelo fue propuesto por **Rhodes (1978)** y posteriormente publicado por **Charnes et al (1978)**. La medida de eficiencia que adoptaron relacionó la suma ponderada de inputs con la de outputs de cada unidad de decisión (DMU) y utilizó modelos de optimización lineal para calcular las ponderaciones. En cualquier caso, el modelo original no era lineal; sino que era fraccional (**Charnes et al (1978:430)**):

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{u,v} \quad h_o &= \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{ro}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{io}} \\
 \text{S.A. :} \\
 \frac{\sum_{r=1}^s U_r \cdot Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_i \cdot X_{ij}} &\leq 1 \quad \forall j : 1 \dots n \\
 U_r, V_i &\geq 0 \quad \forall r : 1 \dots s \quad \forall i : 1 \dots m
 \end{aligned}$$

Dónde:

h_o : función objetivo. Medida de la eficiencia.

Y_{rj} : output i-ésimo de la DMU j-ésima.

X_{ij} : input i-ésimo de la DMU j-ésima.

V_i, U_r : ponderaciones de inputs y outputs respectivamente (soluciones del programa).

Como puede observarse la función objetivo (h_o) es el ratio de eficiencia de la unidad comparada (la o) y su maximización está sujeta a que ningún ratio de eficiencia supere la unidad. Obsérvese que el numerador de h_o es una suma ponderada de outputs y el denominador de inputs, lo cual implica que proporciona una medida de la cantidad de outputs generada por unidad de inputs de las DMUs (lo cual es un mero convencionalismo para evitar que la solución del programa se dispare a infinito – de hecho hay autores que limitan los ratios a un valor de cien en vez de uno, (Boussofiane et al (1991:2) o Dyson et al (1990)). El programa busca como soluciones los parámetros u y v que hagan que h_o alcance su máximo valor y, a la vez, hagan que el ratio de eficiencia de cualquier DMU no supere la unidad. Una particularidad importante del modelo es que es él mismo quien, en función de los datos, determina el valor de las ponderaciones y asigna el mismo valor para todas las DMUs. La ventaja evidente es el grado de flexibilidad que ello otorga y la no existencia de juicios de valor por parte del investigador referentes a la importancia relativa de cada variable en la determinación de la eficiencia de una DMU. La desventaja es que el programa puede asignar una ponderación nula o muy escasa a un determinado factor que, desde el punto de vista teórico, tenga una gran importancia en la eficiencia relativa de las DMUs.

2.2.7 Modelo para medir la eficiencia financiera. Para el desarrollo de este punto, es necesario tener en cuenta que se aplica esta técnica a un conjunto de municipios de sexta

categoría o unidades tomadoras de decisiones que, mediante una tecnología semejante utilizan igual tipo de inputs para la generación de igual o similar tipo de outputs. Las unidades tomadoras de decisión (DMU) son los municipios de sexta categoría seleccionadas.

Definición de las variables de decisión inputs y outputs. Cada unidad de decisión “i”, se define como sigue:

$$Eficiencia\ unidad\ I = \frac{\text{suma de los pesos de las unidades de salida I}}{\text{suma de los pesos de las unidades de entrada I}} = \frac{\sum_{j=1}^M O_{IJ}W_j}{\sum_{j=1}^N I_{IJ}V_j}$$

Donde:

O_{IJ} representa los valores de la unidad I en la salida J,

I_{IJ} representa los valores de la unidad I en la entrada J.

V_j es el peso asignado a los input J

W_j es el peso asignado a los outputs J

Variables de entrada

COSTOS_PROD

GASTOS_ADM Y VENTAS

Variables de salida

UTILID_NETA

VENTAS

Definición de la función objetivo. El problema de programación lineal es resuelto para cada DMU (unidad tomadora de decisión), para cada unidad el objetivo es el mismo: maximizar la suma de las unidades de salida:

$$MAX: \sum_{j=1}^M O_{IJ} W_j$$

Se maximiza la suma de los pesos de las unidades de salida

Definir las restricciones. Las unidades de salida no pueden ser mayores al 100% de las unidades de entrada.

$$\sum_{j=1}^M O_{KJ} W_j - \sum_{j=1}^N I_{KJ} V_j \leq 0$$

Para K = 1 hasta el número de unidades

Para evitar soluciones que se desborden o infactibles, se requiere que la suma de los pesos de entrada para cada DMU en investigación (unidad I) sea igual a 1

$$\sum_{j=1}^N I_{KJ} V_j \leq 0$$

2.3 Marco Normativo.

Constitución Política 1991. A continuación citamos los principales artículos que establecen las competencias de los Municipios:

Artículo 286°.- Son entidades territoriales los departamentos, los distritos, los municipios y los territorios indígenas. La ley podrá darles el carácter de entidades territoriales a las regiones y provincias que se constituyan en los términos de la Constitución y de la ley.

Del Régimen Municipal (Desde el artículo 311 al artículo 331).

Artículo 311°.- Al municipio como entidad fundamental de la división político-administrativa del Estado le corresponde prestar los servicios públicos que determine la ley,

construir las obras que demande el progreso local, ordenar el desarrollo de su territorio, promover la participación comunitaria, el mejoramiento social y cultural de sus habitantes y cumplir las demás funciones que le asignen la Constitución y las leyes...

Del Régimen Económico y de la Hacienda Pública (Los artículos 344, 356, 357, 359, 360, 361, 367, 368, 369).

Ley 136 de 1994. “Por la cual se dictan normas tendientes a modernizar la organización y el funcionamiento de los municipios”.

Ley 550 de 1999. “Por la cual se establece un régimen que promueva y facilite la reactivación empresarial y la reestructuración de los entes territoriales para asegurar la función social de las empresas y lograr el desarrollo armónico de las regiones y se dictan disposiciones para armonizar el régimen legal vigente con las normas de esta Ley.”

Ley 617 de 2000. “Por la cual se reforma parcialmente la Ley 136 de 1994, el Decreto Extraordinario 1222 de 1986, se adiciona la ley orgánica de presupuesto, el Decreto 1421 de 1993, se dictan otras normas tendientes a fortalecer la descentralización, y se dictan normas para la racionalización del gasto público nacional”.

Ley 715 de 2001. “Por la cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias de conformidad con los artículos 151, 288, 356 y 357 (Acto Legislativo 01 de 2001) de la Constitución Política y se dictan otras disposiciones para organizar la prestación de los servicios de educación y salud, entre otros”.

Ley 1530 de 2012. “Por medio de la cual se regula y la organización y funcionamiento del Sistema General de Regalías.”

Ley 1551 de 2012. “Por la cual se dictan normas para modernizar la organización y el funcionamiento de los municipios”.

Las demás Leyes, decretos, resoluciones y normas vigentes sobre la materia.

2.4 Marco filosófico.

Los municipios en Colombia enfrentan un grave problema desde su situación financiera; a partir de la descentralización promovida por la Constitución Política (1991) y las diferentes leyes y normas que han reglamentado el modelo, no han podido vencer los obstáculos que le trae la asignación de funciones tendientes al gobernarse por sí mismos y autofinanciar sus gastos, y aunque gran parte de las herramientas que le ha brindado el estado, a través de las fuentes de recursos propios y los diferentes esquemas del Presupuesto Público, los entes territoriales dependen excesivamente de las transferencias de la nación para su sostenimiento, desarrollo y normal funcionamiento.

Es por eso que los municipios tienen la obligación de crear estrategias que permitan incrementar los recursos disponibles para la inversión y así contribuir con el desarrollo socio – económico de sus territorios, lo cual es posible si se realiza una adecuada gestión financiera con las herramientas que para ello ha dispuesto el sistema actual.

El municipio de Belén de Umbría, no es ajeno a esta situación y tiene excelentes oportunidades para optimizar los diferentes procesos que le permitan encontrar la senda del progreso, aumentando la disponibilidad de Ingresos Corrientes de Libre Destinación (ICLD) y convirtiéndose en eje de desarrollo del departamento de Risaralda y de los municipios que se encuentran ubicados a su alrededor.

Con el presente trabajo de investigación, se espera contribuir a que este municipio pueda mejorar sus situación financiera, a través de la propuesta de un modelo que le permita maximizar los niveles de gestión y que también contribuya como modelo para los demás municipios que

tienen potencialidades que pueden ser aprovechadas para mejorar las condiciones de vida de sus ciudadanos..

2.5 Marco situacional.

El municipio de Belén de Umbría se encuentra ubicado en el Occidente del Departamento de Risaralda, tiene una temperatura media de 20°C, se encuentra a 70 Km aproximadamente de la capital de departamento (Pereira). Es el mayor productor de Café en el Departamento y 10 a nivel Nacional, también es el primer Productor de Plátano a nivel departamental.

Belén de Umbría desde ciertos puntos de vista, esta estratégicamente bien ubicado el territorio es montañoso y posee variedad de temperaturas aptas para distintos cultivos. Se encuentra próximo a la concesión vial Pacifico III, lo cual es esencial para el turismo y la comunicación.

El Municipio tiene una extensión de 182.42 km² en donde el 60% es topografía ondulada el 5% es plana y el 35% es quebrada. Sus Límites son: Por el norte limita con los Municipios de Mistrató y Guática (Dpto. de Risaralda) y Anserma (Dpto. de Caldas), al sur con los Municipios de Apía (Dpto. de Risaralda) y Viterbo (Dpto. de Caldas), al oriente con los Municipios de Risaralda y Anserma (Dpto. de Caldas), y al occidente con el municipio de Pueblo Rico.

El relieve de belén de umbría es muy quebrado, pues gran parte de su territorio es montañoso, el 60% es topografía ondulada, el 5% es plana y el 35% es quebrado. Belén de umbría se encuentra sobre las estribaciones de la cordillera occidental; en todo su territorio hay cimas que sobresalen entre el relieve del municipio como lo son la cuchilla de San Juan que se encuentra al costado occidental del casco urbano; el alto de piñales que se encuentra al oriente del pueblo y algunos morros que están a lo largo y ancho de su territorio, entre los que se destacan el morro de obispo, el morro paloredondo, el morro el caucho y otros de menor tamaño.

También se encuentran algunos valles, el más grande es el valle de umbría, algunos otros de menor tamaño como las zonas planas de remolinos, la isla, valle de andica, el congo y el pinar del río.

La cuenca hidrográfica de belén de umbría está bañada por cantidades de quebradas. La vía fluvial más importante es el río Risaralda que atraviesa el valle de umbría, bordea el municipio por el costado oriental marcando el límite con el municipio de Anserma, caldas, el río guarne que baña la zona urbana del municipio, la quebrada santa Emilia y otras de menor caudal.

En Belén de Umbría se encuentran estos dos corregimientos:

- **Taparcal**, que es el más grande y más poblado se encuentra al sur;
- **Columbia** que se encuentra al nor-oriental del municipio.

Cuenta con una población de 27.717 habitantes (según censo DANE 2005) dividida en 12.814 en el casco urbano y en la zona rural con 14.893.

Sus atractivos turísticos son: **Museo Eliseo Bolívar**, Jardín Botánico, Cerro del Obispo, Valle de Umbría, cerro piñales, corregimiento de Taparcal, Parque Natural Santa Emilia, cascada de los Ángeles, la iglesia Santa Rosa de Lima y sus hermosos vitrales, la planta de reciclaje que se ha convertido en la solución para mejorar el medio ambiente y la calidad de vida de los Belumbrenses, La Planta Peladora de Plátano y el **Corredor turístico**, conformado por el Parque temático valle de los umbras-Funvallu, Eco Hotel san juan del valle, Eco Hotel Sky Club, Hotel Belén real y Hotel Guayacán plaza.

La economía del municipio se basa en la actividad agropecuaria y en menor escala la ganadería, la actividad comercial, microempresarial y minería; la agricultura tradicional se centra en el cultivo del café, el cual se realiza en forma tecnificada, proporcionando en la mayor número de empleados en la región; en menor escala se manejan los cultivos de plátano, yuca,

maíz, fríjol y cultivos de clima frío como mora, tomate de árbol, lulo y granadilla. En el sector de la Isla y Remolinos se presenta una importante producción de cítricos.

La diversificación de estos cultivos no ha tenido auge por causa de la falta de comercialización adecuada; aunque hoy en día es posible ver cómo los campesinos y agricultores de la región están sustituyendo en grandes cantidades los cultivos de café por cultivos tales como plátano, mora, lulo, aguacate entre otros.

El municipio de Belén de Umbría es considerado como un municipio de tradiciones Paisas y Cafetera, por factores del orden histórico y geográfico, es una región de gentes amables, alegres y buenas costumbres que permiten ser buenos anfitriones a la hora de recibir al foráneo.

Una de las imágenes más características es el vehículo Carpati el cual es utilizado para el transporte Rural debido a su topografía, este medio de transporte aparte de cumplir su misión es un icono para la cultura de la localidad y permite que sus habitantes se identifiquen con él.

2.6 Glosario.

Municipio. EL Municipio es considerado como la unidad fundamental dentro de la división político-administrativa del estado Colombiano, está compuesto por el poder ejecutivo, representado por la Administración Municipal, el poder Legislativo, representado por el Concejo Municipal y órganos de control como la Personería y las Contralorías Municipales (de acuerdo a la categoría del municipio).

Los Municipios tienen autonomía político – administrativa, de acuerdo a las competencias otorgadas por la Constitución y la Ley.

Transferencias nacionales. Ingresos del Municipio, girados directamente por la nación para el funcionamiento e inversión en los Municipios y Departamentos. Las transferencias se realizan con base en la población de cada Municipio y Departamento y se giran anualmente.

Dentro de estas transferencias, se encuentran los recursos destinados a sectores como Salud, Educación, Vivienda, Vías, Recreación, Deporte y cultura, además de la atención a la población vulnerable.

Rentas municipales. Ingresos generados por el municipio, en relación con el cobro de los diferentes impuestos establecidos en el Estatuto Tributario Municipal, los cuales se destinan para el funcionamiento y la inversión en los diferentes proyectos que benefician a su población.

Sostenibilidad fiscal. Cumplimiento de los requisitos de Ley que obligan a los municipios disminuir al máximo el déficit fiscal que se pueda presentar, garantizando unos porcentajes mínimos de inversión en cada uno de los municipios.

Desempeño integral. Capacidad del municipio de cumplir con las obligaciones definidas en la Ley, respetando los principios de eficiencia, eficacia, transparencia, comunicación y oportunidad, como principios rectores del funcionamiento del municipio.

Presupuesto de ingresos y gastos. Recursos estimados a destinar en una vigencia determinada, de acuerdo al comportamiento y base de liquidación de las rentas municipales. Los Municipios de acuerdo a su base tributaria y los giros de la nación, hacen una proyección de los ingresos disponibles para una próxima vigencia y con base en los mismos realiza el Presupuesto de inversiones y gastos a ejecutar la vigencia siguiente.

Estatuto tributario. Acuerdo del Concejo Municipal, mediante el cual se establecen los diferentes impuestos que se deben cobrar a los habitantes del Municipio, en cumplimiento de lo establecido en la Constitución y las diferentes leyes vigentes.

Plan de desarrollo. Documento en el cual se establecen los Programas y proyectos que un Alcalde debe cumplir, de acuerdo al Programa de Gobierno inscrito en la Registraduría Municipal, y con el cual obtuvo el apoyo de los sufragantes, para ser electo como tal.

Confis. Consejo Municipal de Política Financiera. En él se discute la situación fiscal de cada Municipio.

Elementos de la obligación tributaria. Estos son el Sujeto activo, el Sujeto Pasivo, el hecho generador, la base gravable, la tarifa, el periodo Grable, la causación y el responsable.

Gestión de ingreso. Es el conjunto de decisiones, acciones y procesos que realiza un ente territorial para acceder a los recursos necesarios para cubrir sus gastos de funcionamiento y de inversión.

Impuesto. Son contribuciones obligatorias causadas por un hecho de naturaleza jurídica, exigidos sin contraprestación alguna, que recaen sobre personas naturales o jurídicas, y tienen como destino atender los gastos que demanda el funcionamiento del Estado, siendo la forma tradicional de financiar la provisión de bienes públicos.

Ingreso. Es el flujo de recursos que recibe un agente económico en un determinado periodo de tiempo o vigencia.

Ingresos corrientes. Recursos que perciben los entes territoriales en el desarrollo de lo establecido en las disposiciones legales, por concepto de la aplicación de impuestos, tasas, multas, contribuciones, participaciones, etc. De acuerdo con su origen se identifican como tributarios y no tributarios.

Ingresos tributarios. Agregado conformado por aquellos recursos que perciben los entes territoriales, sin contraprestación directa alguna, fijados en virtud de norma legal, provenientes de impuestos directos o indirectos, de conformidad con lo establecido en sus códigos de rentas municipal o departamental.

Ingresos no tributarios. Ingresos del Gobierno Territorial por conceptos diferentes a los impuestos: recursos obtenidos por la prestación de servicios, en el desarrollo de contratos y otros.

Recursos de capital. Son ingresos que perciben los entes territoriales, provenientes entre otras de las siguientes fuentes: operaciones de crédito público con vencimiento mayor a un año, los recursos del balance, los rendimientos por operaciones financieras, las donaciones, diferencial cambiario, los excedentes financieros de los Establecimientos Públicos del orden Territorial y de las Empresas y otros recursos de capital diferentes.

Recursos del balance. Ingresos provenientes de la liquidación del ejercicio fiscal del año inmediatamente anterior. Incluye, entre otros el superávit fiscal, la cancelación de Reservas y la venta de activos.

Rendimientos financieros. Corresponde a los ingresos obtenidos por la colocación de los recursos del municipio o del departamento en el mercado de capitales o en títulos valores, ya sean propios o de destinación específica.

Rentas propias. Son todos los ingresos corrientes generados por el ente territorial diferente al de los Establecimientos Públicos, excluidos los aportes y transferencias de la Nación.

Sistema general de participaciones. Corresponde a los recursos que la Nación transfiere a las Entidades Territoriales: Departamentos, distritos y municipios; por mandato de los artículos 356 y 357 de la Constitución Política, para las entidades territoriales que lo reciben se considera un ingreso.

Gastos de funcionamiento. Son las apropiaciones necesarias para sufragar el pago de las actividades administrativas, técnicas y operativas necesarias para el buen funcionamiento de la administración territorial. Comprende los gastos por servicios personales, gastos generales, aportes patronales y transferencias de funcionamiento.

Gastos generales. Son los gastos relacionados con la prestación de servicios de carácter no personal, es decir, la adquisición de los bienes y servicios necesarios para el funcionamiento de la entidad territorial.

Gastos de inversión. Gastos en que incurren los entes territoriales para el desarrollo económico, social y cultural de su territorio, es decir, aquellos que contribuyen a mejorar el índice de calidad de vida de los ciudadanos.

Programación del presupuesto. Es el proceso mediante el cual se establecen los lineamientos, instrumentos y procedimientos para la elaboración, presentación, estudio y aprobación del presupuesto de las entidades territoriales.

Servicio de la deuda. Apropiación destinada al pago de las obligaciones contraídas por las entidades territoriales con personas naturales o jurídicas, entidades bancarias, financieras, públicas o privadas de carácter nacional o internacional; fiduciarias, calificadoras de valores y asesoras en finanzas así como la Superintendencia de valores y todas aquellas que por su naturaleza y funciones hayan de recibir pagos inherentes a la contratación de créditos y a la emisión de títulos valores, cuyos vencimientos ocurrirán durante la vigencia fiscal respectiva.

Servicios personales. Son todas aquellas erogaciones necesarias para atender el gasto de la planta de personal, y los demás gastos asociados inherentes a los servicios personales de la entidad.

Deuda pública. Son todas las obligaciones que el Estado contrae con los agentes económicos tanto públicos como privados a nivel nacional e internacional.

Empresa industrial y comercial. Es un organismo que hace parte del nivel descentralizado territorial, posee autonomía administrativa y financiera; sus activos patrimoniales están compuestos por capital público y privado.

Excedentes financieros. Hacen parte del presupuesto de ingresos de capital de los entes territoriales. Para efectos de su determinación los Entes Territoriales a 31 de Diciembre de cada año deberán realizar el procedimiento siguiente:

(+) Disponibilidad de tesorería a 31 de Diciembre

(-) Fondos y recaudos de terceros

(-) Cuentas por pagar

(-) Saldo de reservas a 31 de Diciembre

(+) Reconocimientos

(=) Excedente Financiero

Gastos de funcionamiento. Son las apropiaciones necesarias para sufragar el pago de las actividades administrativas, técnicas y operativas necesarias para el buen funcionamiento de la administración territorial. Comprende los gastos por servicios personales, gastos generales, aportes patronales y transferencias de funcionamiento.

Programación del presupuesto. Es el proceso mediante el cual se establecen los lineamientos, instrumentos y procedimientos para la elaboración, presentación, estudio y aprobación del presupuesto de las entidades territoriales.

Sistema presupuestal. Entendido éste como el conjunto de actividades relacionadas con el proceso presupuestal o que interactúan entre sí, las cuales transforman los elementos de entrada (recursos disponibles), en resultados plasmados en el Presupuesto Municipal o Departamental.

Capítulo 3.

Diseño Metodológico

3.1 Tipo de investigación.

El presente trabajo de investigación es de tipo correlacional y explicativa.

Correlacional. Porque analiza las posibles relaciones entre dos conjuntos de variables.

Explicativa. Ya que analiza la relación causa-efecto entre las variables que permiten establecer la eficiencia.

3.2 Universo.

Se refiere a los 1.122 municipios que existen en Colombia.

3.3 Población o muestra.

Se enfoca a 18 municipios de categoría sexta.

3.4 Delimitación del estudio.

- Espacial. Municipio de Belén de Umbría en el departamento de Risaralda.
- Demográfica. Administraciones Municipales de cada Municipio.
- Temporal. Cuatro meses a partir de la conceptualización y aprobación del anteproyecto.
- Temática. Modelo de Gestión Financiera.

3.5 Variables e indicadores.

Tabla 2.
Variables.

Variable	Descripción	Clasificación	Escala	Indicador	Subvariable
Ingresos Corrientes	Ingresos relacionados con las transferencias nacionales y el recaudo tributario	Cuantitativa Ordinal	Número Real	Valor	Ingresos Tributarios - Transferencias Nacionales - Otros Ingresos
P.I.B. Local	Producto Interno Bruto del Municipio	Cuantitativa Ordinal	Número Real	Valor	
Inversión Local con Recursos Propios	Recursos propios invertidos en el Municipio	Cuantitativa intervalar	Número Real	Valor	Salud - educación – vías
Ingreso Población	Ingresos de los habitantes	Cuantitativa Intervalar	0 - 1 S.M.L.M.V. 1 - 2 S.M.L.M.V. 2 - 3 S.M.L.M.V. 3 - 4 S.M.L.M.V. Mas de 4 S.M.L.M.V.	Rango de Escala	Ingresos por empleo - ingresos por remesas
Gastos de Funcionamiento	Gastos de funcionamiento del ente territorial	Cuantitativa Ordinal	Número Real	Valor	
Número de Habitantes	Número de habitantes de la población	Cuantitativa Ordinal	Numero Entero	Numero Entero	
Recursos Propios	Ingresos relacionados con la recaudación de recursos por parte de la entidad.	Cuantitativa Ordinal	Número Real	Valor	*Ingresos Tributarios *Ingresos No tributarios *Otros Recursos Propios.

Gastos de Inversión	Gastos dedicados a la inversión.	Cuantitativa Ordinal	Número Real	Valor	
---------------------	----------------------------------	----------------------	-------------	-------	--

3.6 Instrumentos para recolección de información.

Secundaria. Información solicitada en el municipio de Belén de Umbría y otros municipios:

- Ejecución Presupuestal de ingresos y gastos de los últimos 5 años.
- Estatuto Tributario y modificaciones realizadas en los últimos 5 años.
- Base tributaria para el impuesto predial unificado e industria y comercio.
- Acuerdos de Presupuesto Municipal de los últimos 5 años.
- Ranking de desempeño fiscal de los últimos 5 años.
- Estructura Organizacional Municipal.

Primaria. Entrevista al Alcalde Municipal de Belén de Umbría, y Secretarios de Hacienda y Planeación.

Cuestionario dirigido a los Secretarios de Planeación y Hacienda del Municipio.

3.7 Procesamiento y análisis de información.

Actividad 1. Analizar la información financiera de los municipios.

- Se recopilan los estados financieros de los municipios categoría 6.
- Se analizan los estados financieros.
- determinar los inputs y los outputs de los estados financieros de los municipios para medir la eficiencia.

Actividad 2. Determinar la correlación entre los inputs y los outputs para definir el modelo de eficiencia.

- Se analiza el grado de correlación entre las variables de entrada, y se reducen las variables que presenten un alto nivel de relación para evitar la redundancia de información.
- Se realiza el grado de correlación entre las variables de salida para reducir la información redundante.
- Se evalúa el grado de correlación entre las variables de entrada y salida, se seleccionan las de alta correlación.
- Se aplica la técnica de correlación canónica, para la depuración de las variables de entrada y salida.

Actividad 3. Análisis de componentes principales para reducir las variables del modelo a proponer en el modelo de eficiencia relativa de los municipios.

- Se aplica la técnica de análisis de componentes principales para reducir el número de variables.
- Medir el impacto o participación que tiene cada variable de entrada y salida en los resultados obtenidos.

Actividad 4: Aplicar la técnica de análisis envolvente de datos para construir el modelo para medir la eficiencia de los municipios.

- Se evalúan los diferentes modelos de análisis envolvente de datos para seleccionar el modelo que mejor se ajuste al caso en particular.
- Se aplica la técnica DEA y se analizan los resultados obtenidos: municipios eficientes, frontera eficiente, el conjunto de referencia.

Actividad 5: confrontar los resultados del modelo obtenido frente a la clasificación de los municipios.

- Se evalúan los resultados obtenidos del municipio de Belén de Umbría.
- Se proponen planes de mejoramiento para que los municipios sean más eficientes.
- Se contrastan los resultados obtenidos entre el modelo propuesto y la categorización de los municipios.

Capítulo 4.

Desarrollo de la Investigación

4.1. Análisis de la Información.

Para el presente trabajo se han recopilado los estados financieros de 18 municipios de acuerdo a diferentes criterios de selección entre los cuales se destacan; la similitud con el municipio de Belén de Umbría (Municipios de los departamentos de Caldas y Risaralda), la cercanía y vecindad de los municipios (municipios del bajo occidente caldense y del Occidente de Risaralda) y el lugar ocupado en el ranking de desempeño fiscal.

Los Municipios se seleccionaron teniendo dos criterios fundamentales; Por similitud y cercanía, y por Población y eficiencia. En el siguiente cuadro se muestra un resumen de la elección de cada municipio y un resumen de su ubicación y características principales:

Tabla 3.
Criterios de Elección de Municipios.

Municipios	Categoría	No. Habitantes	Extensión (KM2)	Categoría que por Ley debería Cumplir	Posición Ranking Desempeño Fiscal	Criterio de Elección
BELEN DE UMBRÍA	6	27721	182.4	4	614	Municipio caso de Estudio
ANSERMA	6	33792	206.4	3	676	Por similitud y cercanía
MARQUETA LIA	6	14992	90.3	5	962	Por similitud y cercanía
MISTRATO	6	16177	570.7	5	858	Por similitud y cercanía
SAN JOSE	6	7588	67	6	895	Por similitud y cercanía
NOBSA	5	16271	55.39	5	3	Por población y eficiencia

ANAPOIMA	5	13312	124.2	5	19	Por población y eficiencia
COGUA	5	22361	136	4	28	Por población y eficiencia
COTA	3	24916	55	4	6	Por población y eficiencia
GACHANCIPÁ	6	14442	44	5	25	Por población y eficiencia
MARSELLA	6	23299	149	4	938	Por similitud y cercanía
PALESTINA	6	17760	108.7	5	443	Por similitud y cercanía
QUINCHIA	6	33754	149.8	3	554	Por similitud y cercanía
EL RETIRO	4	19108	244	5	11	Por población y eficiencia
RIOSUCIO	6	61535	429	2	222	Por similitud y cercanía
RISARALDA	6	9583	172	6	758	Por similitud y cercanía
SONSON	5	35405	1323	3	166	Por población y eficiencia
VITERBO	6	12469	172	5	214	Por similitud y cercanía

Belén de Umbría



Superficie. 182.4 KM²

Altitud media 1525 M S. N. M.

Distancia a la capital. 75 KM A PEREIRA

Población total. 27 721 HAB.

Urbana. 13 126 HAB.

Actividad económica. Agropecuaria. (Café, plátano, yuca, maíz, fríjol, mora, tomate de árbol, lulo, granadilla y cítricos. En menor escala la ganadería). Comercial, microempresarial y minería.

Anserma



Superficie. 206.4 KM²

Altitud media. 1790 M S. N. M.

Distancia a la capital. 67 KM A Manizales

Población total. 33 792 HAB.

Urbana. 21 425 HAB.

Actividad económica. Agropecuaria (café, plátano, yuca, maíz, fríjol, mora, cacao, lulo, aguacate y cítricos. Ganadería mayor y menor, piscicultura). Comercial, microempresarial y minería.

Marquetalia



Superficie. 90.3 KM²

Altitud media: 1600 M S. N. M.

Distancia a la capital. 124KM A Manizales.

Población total. 14 992 HAB.

Urbana. 6 415 HAB.

Actividad económica. Agropecuaria (café, plátano, aguacate, caña panelera. En menor escala la ganadería).

Mistrato



Superficie. 570.7 KM²

Altitud media. 1518 M S. N. M.

Distancia a la capital. 86 KM A PEREIRA.

Población total. 16 177 HAB.

Urbana. 4 252 HAB.

Actividad económica principal. Agrícola, ganadería extensiva, minería y turismo.

San José



Superficie. 67 KM²

Altitud media. 1710 M S. N. M.

Distancia a la capital: 67 KM a Manizales.

Población total. 7 588 HAB.

Densidad. 113,25 HAB/KM²

Urbana. 1 830 HAB.

Actividad económica principal. Agropecuaria (caña de azúcar, maíz, café, platano, yuca, tomate chonto y guadua. La ganadería.

Nobsa.



Superficie. 55.39 KM²

Altitud media. 2539 M S. N. M.

Distancia a la capital: 71 KM a Tunja.

Población total. 16 271 HAB.

Urbana. 6 389 HAB.

Actividad económica. Agropecuaria (cebolla, maiz, frijol, cebada, trigo, arveja, feijoa, breva, uva, repollo). Minería, tejidos de lana, fundación de campanas, fabricación de muebles y artesanías.

Anapoima



Superficie. 124.2 KM²

Altitud media. 710 M S. N. M.

Distancia a la capital. 87 KM A Bogotá D.C.

Población total. 13 312 HAB.

Urbana. 5 709 HAB.

Actividad económica. Agricultura y ganadería.

Cogua.



Superficie. 136 KM²

Altitud media. 2630 M S. N. M.

Distancia a la capital. 34 KM A BOGOTA D.C.

Población total. 22 361 HAB.

Urbana. 7 736 HAB.

Actividad económica. Agricultura, agroindustria, turismo e industria (fábricas de ladrillos, fábricas de lácteos, fábrica de vidrios peldar.

Cota.



Superficie. 55 km²

Altitud media. 2566 m s. N. M.

Distancia a la capital: 26 km a Bogotá D.C.

Población total. 24 916 hab.

Urbana. 14 354 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (repollo y lechuga).

Comercial (restaurantes y cafeterías). Gran número de colegios privados por su cercanía a Bogotá D.C.

Gachancipa.



Superficie. 44 km²

Altitud media. 2568 m s. N. M.

Distancia a la capital. 42 km a Bogotá D.C.

Población total. 14 422 hab.

Urbana. 8 365 hab.

Actividad económica. Tradicionalmente agrícola y

ganadero, pero a transformado su vocación a la gran industria y a los cultivos extensos de flores.

Tiene presencia de empresas multinacionales.

Marsella.

Superficie. 149 km²

Altitud media. 1575 m s. N. M.

Distancia a la capital. 30 km a Pereira.



Población total. 23 299 hab.

Urbana. 13 348 hab.

Actividad económica. Agrícola (café, platano, aguacate, cítricos, flores y follajes). Turismo

Palestina.



Superficie. 108.7 km²

Altitud media. 1630 m s. N. M.

Distancia a la capital. 27 km a manizales.

Población total. 17 760 hab.

Urbana. 6 746 hab.

Actividad económica. Agropecuaria

(especialmente el café) y el turismo en el sector de santagüeda.

Quinchia.



Superficie. 149.8 km²

Altitud media. 1825 m s. N. M.

Distancia a la capital. 110 km a pereira.

Población total. 33 754 hab.

Urbana. 8 195 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (café, platano, yuca, espárragos, mazorqitas y caña panelera). Minería (oro y carbon). Destacan también la producción de pino.

El Retiro



Superficie. 244 km²

Altitud media. 2175 m s. N. M.

Distancia a la capital. 32 km a Medellín.

Población total. 19 108 hab.

Urbana. 9 972 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (aguacate tipo exportación, café, mora, tomate, platano, uchuva. Avicultura, porcicultura, piscicultura y ganado lechero). Floricultura, ebanisteria y carpintería, ecoturismo.

Riosucio.



Superficie. 429 km²

Altitud media. 1783 m s. N. M.

Distancia a la capital. 93.7 km a manizales.

Población total. 61 535 hab.

Densidad. 143,44 hab/km²

Urbana. 18 990 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (café, caña panelera, frijol, yuca, cítricos. Ganadería). Minería artesanal.

Risaralda.



Superficie. 172 km²

Altitud media. 1743 m s. N. M.

Distancia a la capital. 56 km a manizales.

Población total. 9 583 hab.

Densidad. 55,72 hab/km²

Urbana. 4 587 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (café, platano, caña panelera.ganaderia principalmente de bovinos). Apicultura.

Sonson.



Superficie. 1323 km²

Altitud media. 2475 m s. N. M.

Distancia a la capital. 106 km a medellin.

Población total. 35 405 hab.

Densidad. 26,76 hab/km²

Urbana. 15 109 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (café principalmente, higo, aguacate, maiz, frijol, papas, tomate, platano y caña. Ganaderia – bovinos, bufalos y ovejas – piscicultura). Minería para fabricación de ladrillos, entre otros. Industria – cementera en especial. Agroindustria, turismo y comercio.

Viterbo.



Superficie. 172 km²

Altitud media. 1743 m s. N. M.

Distancia a la capital. 56 km a manizales.

Población total. 9 583 hab.

Densidad. 55,72 hab/km²

Urbana. 4 587 hab.

Actividad económica. Agropecuaria (café, platano, caña panelera.ganaderia principalmente de bovinos). Apicultura.

Esta información se recopiló a través de las peticiones realizadas a diferentes Alcaldías Municipales (Información de Primera mano) y los reportes que se realizan a las diferentes entidades del estado y que se encuentran recopiladas en el FUT (Formulario Único Territorial).

Se tabuló y analizó esta información de cada uno de los municipios, además se construyeron indicadores financieros que permiten realizar comparaciones entre los municipios y tomar decisiones sobre la escogencia de los inputs y outputs de los estados financieros.

Las variables principales que se tomaron de la información financiera de los municipios, son las siguientes:

Ingresos Presupuestados Definitivos. Es el monto de los Ingresos que han sido sometidos a las adiciones y reducciones presupuestal de acuerdo a la recaudación esperada definitiva en una vigencia fiscal.

Ingresos Ejecutados. Es el monto total de los ingresos recaudados en una vigencia fiscal.

Gastos de Funcionamiento. Total de gastos de funcionamiento de la entidad, en el ejercicio se excluyen las transferencias a las Personerías, a los Concejos Municipales y al sector público (entes descentralizados, sector judicial, etc.).

Ingresos Corrientes de Libre Destinación (I.C.L.D.). Ingresos habituales de los municipios que no cuentan con una destinación específica y los cuales pueden ser utilizados de acuerdo a las necesidades de la administración municipal. Tiene ciertas restricciones de acuerdo

a la Ley 617 de 2000. Dentro de los I.L.C.D. se encuentran todas las rentas propias del municipio (Impuesto de Industria y Comercio, Impuesto Predial, Impuesto de Delineación Urbana, etc.), la Venta de Bienes y servicios, las rentas contractuales y los recursos del Sistema General de Participaciones de Libre Destinación, entre otros.

Ingresos Tributarios. Total de los ingresos producto de las rentas propias de los municipios recaudados en una vigencia fiscal.

Ingresos Corrientes. Ingresos habituales recaudados en una vigencia fiscal.

Gastos de Inversión. Total de gastos de inversión ejecutados en una vigencia fiscal.

Además de estas variables, también se obtuvo la proyección del DANE del número de habitantes para cada uno de los municipios para el periodo 2011 – 2015.

Con estas variables se construyeron indicadores financieros que sirven para evaluar la gestión y eficiencia de los municipios y además definir los inputs y los outputs para el presente trabajo de grado.

Se construyeron los siguientes indicadores financieros:

Nivel de Ejecución de Ingresos. $(\text{Ingresos Ejecutados} / \text{Ingresos Presupuestados} \times 100)$. Este indicador nos muestra la capacidad de la entidad para recaudar con relación a su presupuesto.

Relación entre Gastos de Funcionamiento e I.C.L.D. $(\text{Gastos de Funcionamiento} / \text{I.C.L.D.} \times 100)$. Este indicador muestra la capacidad de las administraciones municipales para suplir sus gastos de funcionamiento y obtener recursos disponibles para la inversión en su territorio.

Participación de Cada Impuesto. (Impuesto específico/ Ingresos Trib. o Ingresos Corr. X 100). Muestra la importancia de los impuestos más significativos con respecto a los Ingresos Tributarios y los ingresos corrientes.

Variación de Recursos. $((\text{Recaudo Per. Actual} - \text{Recaudo Per. Anterior}) / \text{Recaudo Per. Ant.} \times 100)$. Con este indicador se puede observar el crecimiento del presupuesto de una vigencia a otra.

Carga Tributaria per cápita. Ingreso Imp. / No. Habitantes. Muestra el valor de cada impuesto en relación con el número de habitantes del municipio.

Inversión per cápita. Gastos de Inversión / No. Habitantes. Muestra el grado de inversión para cada habitante de un municipio en particular.

De los resultados que se muestran a partir de la construcción de los indicadores se puede observar algunas diferencias sustanciales entre uno y otro municipio; en la Tabla 4, en la cual se muestra el Indicador de Gastos de Funcionamiento con relación a los Ingresos Corrientes de libre Destinación, se observa que municipios como COGUA, ANAPOIMA, NOBSA, COTA, GACHANCIPÁ y EL RETIRO, los gastos de funcionamiento ocupan un porcentaje menor dentro de los I.C.L.D., lo cual es importante a la hora de contar con recursos disponibles para la Inversión en el territorio y en sus habitantes. Por el contrario, los municipios de BELÉN DE UMBRÍA (Caso de nuestro estudio), RISARALDA, MARSELLA Y QUINCHIA, tienen una alta dependencia de los I.C.L.D. para cubrir sus gastos de funcionamiento.

Tabla 4.

Gastos de Funcionamiento VS I.C.L.D.

Municipios	Funcionamiento Vs ICLD				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	71.28%	77.74%	69.59%	68.22%	83.53%
ANSERMA	73.90%	82.04%	78.52%	66.65%	65.32%
MARQUETALIA	66.75%	53.79%	54.41%	60.61%	59.37%
MISTRATO	59.55%	34.65%	55.42%	56.92%	60.88%
SAN JOSE	54.56%	42.55%	52.08%	59.96%	59.71%
NOBSA	76.07%	18.66%	17.34%	19.65%	16.05%
ANAPOIMA	50.25%	54.12%	22.55%	30.88%	34.42%
COGUA	25.25%	25.90%	20.75%	25.65%	28.05%
COTA	15.60%	18.44%	20.11%	18.34%	20.48%
GACHANCIPÁ	31.46%	31.70%	16.19%	34.00%	46.39%
MARSELLA	79.33%	74.47%	79.43%	79.75%	86.56%
PALESTINA	59.06%	69.23%	65.07%	65.03%	84.77%

QUINCHIA	79.30%	83.14%	70.79%	62.68%	86.20%
EL RETIRO	30.76%	30.74%	26.51%	25.17%	28.47%
RIOSUCIO	61.62%	53.79%	43.49%	46.41%	39.66%
RISARALDA	74.88%	56.28%	59.14%	80.72%	60.87%
SONSON	69.56%	47.08%	46.47%	45.10%	42.29%
VITERBO	65.27%	65.32%	67.07%	60.62%	62.02%

Tabla 5.

Ingresos Tributarios per cápita.

Municipios	Total Ingresos Tributarios/No. Habitantes				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 52,652.22	\$ 62,195.24	\$ 60,865.34	\$ 76,708.55	\$ 107,599.91
ANSERMA	\$ 68,623.19	\$ 85,065.86	\$ 114,456.22	\$ 130,413.68	\$ 138,651.51
MARQUETALIA	\$ 33,943.75	\$ 36,255.92	\$ 40,198.53	\$ 50,422.55	\$ 49,886.24
MISTRATO	\$ 38,673.74	\$ 24,348.41	\$ 31,161.10	\$ 47,203.31	\$ 43,012.26
SAN JOSE	\$ 68,283.41	\$ 77,369.30	\$ 76,584.26	\$ 137,756.68	\$ 97,623.75
NOBSA	\$ 187,692.23	\$ 759,691.87	\$ 874,666.92	\$ 846,572.16	\$ 1,173,130.08
ANAPOIMA	\$ 496,996.81	\$ 551,959.63	\$ 1,160,121.40	\$ 1,030,565.92	\$ 1,676,081.82
COGUA	\$ 374,114.42	\$ 329,172.05	\$ 454,577.26	\$ 396,464.03	\$ 393,170.07
COTA	\$ 2,312,509.18	\$ 2,432,347.74	\$ 2,689,229.36	\$ 3,174,774.56	\$ 4,034,824.54
GACHANCIPÁ	\$ 246,437.09	\$ 218,997.38	\$ 622,136.24	\$ 466,615.29	\$ 550,141.47
MARSELLA	\$ 54,971.99	\$ 46,783.01	\$ 55,101.81	\$ 50,942.48	\$ 57,247.05
PALESTINA	\$ 176,702.18	\$ 152,643.28	\$ 169,600.93	\$ 275,822.28	\$ 255,055.35
QUINCHIA	\$ 30,172.62	\$ 28,927.08	\$ 37,416.45	\$ 52,112.36	\$ 58,069.92
EL RETIRO	\$ 608,347.68	\$ 605,857.37	\$ 702,357.90	\$ 908,107.95	\$ 1,122,493.46
RIOSUCIO	\$ 53,278.71	\$ 51,940.72	\$ 79,437.01	\$ 84,388.14	\$ 94,181.43
RISARALDA	\$ 64,090.46	\$ 67,525.62	\$ 69,332.45	\$ 67,786.86	\$ 99,658.98
SONSON	\$ 124,918.95	\$ 196,876.16	\$ 228,349.16	\$ 264,932.38	\$ 337,925.32
VITERBO	\$ 86,358.66	\$ 89,134.49	\$ 103,107.08	\$ 115,391.92	\$ 173,082.01

En la Tabla 5, se observan los ingresos tributarios de los Municipios en relación con el número de habitantes; este indicador es muy importante debido a que refleja la capacidad que tienen los habitantes del municipio para aportar sus impuestos a las administraciones municipales. Refleja además la fortaleza económica del municipio. Se destacan en este indicador para el 2015 los municipios de NOBSA, ANAPOIMA, COTA Y EL RETIRO, quienes superan el millón de pesos por habitante.

Tabla 6.

Gastos de Inversión per cápita.

Municipios	Gastos de Inversión/No. Habitantes				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 131,718.78	\$ 82,265.12	\$ 85,836.75	\$ 89,287.47	\$ 104,727.02
ANSERMA	\$ 94,988.29	\$ 94,580.96	\$ 136,188.85	\$ 134,819.75	\$ 175,750.99
MARQUETALIA	\$ 232,362.78	\$ 265,020.43	\$ 234,383.13	\$ 260,539.71	\$ 203,283.22
MISTRATO	\$ 370,367.98	\$ 182,482.12	\$ 222,576.75	\$ 263,555.64	\$ 228,770.08
SAN JOSE	\$ 311,603.77	\$ 337,658.76	\$ 306,396.49	\$ 542,532.06	\$ 315,346.86
NOBSA	\$ 1,024,403.66	\$ 530,474.60	\$ 694,114.37	\$ 546,615.47	\$ 1,137,393.87
ANAPOIMA	\$ 476,052.04	\$ 412,333.12	\$ 629,391.93	\$ 1,089,042.19	\$ 1,480,042.89
COGUA	\$ 433,206.02	\$ 250,103.04	\$ 428,370.50	\$ 611,395.68	\$ 1,049,276.88
COTA	\$ 1,563,590.08	\$ 829,484.33	\$ 1,233,966.19	\$ 1,662,446.53	\$ 2,200,419.45
GACHANCIPÁ	\$ 545,212.24	\$ 279,339.89	\$ 534,223.73	\$ 1,361,304.81	\$ 1,699,477.10
MARSELLA	\$ 172,856.17	\$ 94,067.36	\$ 143,653.13	\$ 125,334.18	\$ 177,201.64
PALESTINA	\$ 208,494.86	\$ 137,128.88	\$ 224,591.62	\$ 289,643.94	\$ 306,023.87
QUINCHIA	\$ 88,522.31	\$ 70,300.11	\$ 129,825.12	\$ 126,050.69	\$ 144,354.89
EL RETIRO	\$ 745,764.35	\$ 405,109.45	\$ 658,596.41	\$ 738,341.09	\$ 1,050,594.46
RIOSUCIO	\$ 105,044.30	\$ 78,410.20	\$ 174,032.50	\$ 159,952.19	\$ 171,385.91
RISARALDA	\$ 292,162.76	\$ 248,887.33	\$ 342,389.49	\$ 379,083.98	\$ 300,144.32
SONSON	\$ 355,189.61	\$ 267,195.73	\$ 269,095.67	\$ 313,242.27	\$ 626,148.51
VITERBO	\$ 212,404.15	\$ 165,721.49	\$ 289,196.73	\$ 230,690.22	\$ 564,861.92

Paralelo a esto, se observa que los gastos de inversión per cápita, dato que refleja el grado de inversión de las administraciones municipales de acuerdo al número de habitantes de su territorio. En este ítem se destacan los municipios ya mencionados más COGUA Y GACHANCIPÁ, municipios que también superan el millón de pesos por habitante de acuerdo al grado de inversión para 2015.

Tabla 7.

Participación del impuesto de Industria y Comercio Sobre los Ingresos Tributarios.

Municipios	Impuesto Industria y Comercio				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	15.74%	15.22%	16.45%	14.68%	13.37%
ANSERMA	10.43%	14.54%	10.20%	9.49%	9.51%
MARQUETALIA	21.12%	22.32%	22.06%	23.50%	24.61%
MISTRATO	6.59%	12.34%	10.91%	8.19%	8.62%
SAN JOSE	5.97%	7.86%	7.31%	4.12%	5.91%
NOBSA	40.62%	63.52%	75.81%	73.42%	83.31%
ANAPOIMA	9.76%	8.87%	5.25%	7.14%	4.82%
COGUA	42.05%	50.37%	54.75%	43.95%	41.61%
COTA	57.13%	59.23%	62.82%	66.05%	68.13%

GACHANCIPÁ	25.39%	36.71%	8.69%	17.93%	18.14%
MARSELLA	14.35%	13.87%	14.29%	15.95%	16.42%
PALESTINA	21.05%	16.34%	10.67%	8.50%	11.00%
QUINCHIA	12.92%	15.51%	12.15%	8.73%	8.61%
EL RETIRO	5.38%	5.36%	6.25%	5.76%	8.07%
RIOSUCIO	8.73%	9.86%	7.33%	11.94%	9.98%
RISARALDA	7.60%	6.90%	8.82%	7.33%	7.55%
SONSON	75.03%	69.71%	61.52%	61.51%	59.60%
VITERBO	8.49%	7.20%	8.50%	9.13%	6.63%

En la Tabla 7, se nota la importancia del impuesto de industria y comercio dentro de los ingresos tributarios de cada municipio. Esto denota zonas de gran impacto industria y comercial. En este indicador se puede determinar que los municipios de SONSON, NOBSA Y COTA, tienen un fuerte sector industrial y comercial, tal como se ve en los porcentajes superiores al 60% dentro de la participación de los Ingresos Tributarios.

Tabla 8.

Participación del impuesto Predial Unificado Sobre los Ingresos Tributarios.

Municipios	Impuesto Predial Unificado				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	39.01%	44.54%	42.06%	38.78%	27.87%
ANSERMA	39.10%	30.32%	37.04%	40.64%	40.22%
MARQUETALIA	44.71%	27.50%	32.26%	27.14%	26.19%
MISTRATO	26.18%	27.53%	28.19%	23.86%	15.19%
SAN JOSE	71.88%	67.14%	59.63%	32.30%	43.08%
NOBSA	32.60%	7.39%	8.25%	8.59%	6.85%
ANAPOIMA	50.99%	46.62%	63.97%	61.14%	49.94%
COGUA	25.28%	29.72%	25.22%	27.91%	28.28%
COTA	13.24%	13.83%	14.58%	13.24%	15.70%
GACHANCIPÁ	28.54%	33.87%	12.22%	17.10%	13.67%

MARSELLA	47.51%	57.03%	48.64%	50.89%	34.57%
PALESTINA	52.84%	56.80%	52.14%	46.61%	38.03%
QUINCHIA	18.88%	21.24%	21.55%	18.45%	14.89%
EL RETIRO	55.13%	55.46%	58.23%	55.88%	45.38%
RIOSUCIO	54.60%	57.18%	50.95%	36.31%	33.75%
RISARALDA	51.40%	51.81%	50.30%	47.30%	42.88%
SONSON	13.47%	8.96%	12.62%	11.34%	10.30%
VITERBO	55.40%	58.64%	52.22%	44.29%	30.23%

Contrario a lo que se observa en la Tabla 7, en la Tabla 8 se puede notar que para el resto de municipios, el Impuesto Predial Unificado, se convierte en el impuesto más representativo dentro de los ingresos tributarios, en algunos municipios como EL RETIRO Y ANAPOIMA, los cuales tienen unos ingresos tributarios importantes, se demuestra la capacidad y eficiencia en el recaudo del impuesto predial y la valorización que tienen los predios en sus territorio.

Tabla 9.

S.G.P. Libre Destinación con respecto a los Ingresos Tributarios.

Municipios	SGP - Libre Destinación y Otros				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	35.89%	37.99%	40.20%	31.12%	23.76%
ANSERMA	18.66%	15.59%	12.60%	11.32%	11.47%
MARQUETALIA	143.16%	138.45%	144.18%	94.52%	93.25%
MISTRATO	148.46%	239.76%	221.90%	130.46%	144.71%
SAN JOSE	109.38%	113.63%	116.91%	58.20%	87.92%
NOBSA	5.46%	5.78%	4.72%	0.00%	0.00%
ANAPOIMA	9.89%	10.30%	5.47%	6.18%	4.88%
COGUA	8.51%	10.38%	7.64%	8.98%	11.17%
COTA	0.07%	0.32%	0.01%	0.63%	0.18%
GACHANCIPÁ	33.00%	26.53%	11.39%	14.65%	15.56%

MARSELLA	74.68%	75.23%	67.98%	78.86%	73.37%
PALESTINA	23.41%	29.10%	35.29%	21.26%	21.02%
QUINCHIA	55.64%	68.02%	73.26%	62.57%	52.48%
EL RETIRO	8.16%	7.73%	6.90%	6.71%	5.15%
RIOSUCIO	27.77%	28.71%	30.55%	19.87%	19.33%
RISARALDA	82.77%	78.64%	92.44%	92.80%	75.62%
SONSON	3.71%	11.37%	10.03%	11.86%	9.69%
VITERBO	53.44%	52.98%	50.08%	51.82%	30.43%

En la Tabla 9 se comparan las transferencias de la nación por el Sistema General de participaciones para la libre destinación con respecto a los ingresos tributarios. En este indicador se puede evidenciar la dependencia de algunos municipios con respecto a las transferencias de la nación. Municipios como MARQUETALIA, MISTRATO, SAN JOSE, MARSELLA Y RISARALDA, muestran una fuerte dependencia de los recursos de la nación con respecto a la capacidad de generar ingresos tributarios. Por otro lado municipios como NOBSA, EL RETIRO,

COTA, ANAPOIMA, SONSON, COGUA Y ANSERMA, muestran un porcentaje bajo de relación entre los ingresos tributarios y las transferencias de la nación por S.G.P. de libre destinación.

4.1.1. Definición de los Inputs y Outputs. Para definir los inputs y outputs de nuestro sistema se analizó la información de los estados financieros de los municipios y se obtuvieron las siguientes variables:

Inputs.

Nivel de Ejecución de Ingresos. En este indicador se puede observar la eficiencia que tienen los municipios en el recaudo de los recursos presupuestados, información relevante a la hora de formular un modelo financiero.

Gastos de Funcionamiento. Este indicador es relevante pues en él se observan los gastos en los que incurren los diferentes municipios, para administrar y dirigir las finanzas e inversión de cada uno de ellos.

Gastos de Funcionamiento VS I.C.L.D. Este indicador ofrece información sobre la capacidad del municipio de generar recursos para la inversión después de cubrir sus gastos de funcionamiento.

Total Ingresos Tributarios. Monto total de los recursos propios recaudados por los municipios que demuestra la capacidad de generar sus propias rentas.

Outputs.

Participación del Impuesto de Industria y Comercio en el total de Recursos Tributarios. Esta relación permite observar la importancia del impuesto de industria y comercio dentro de los

ingresos tributarios. Esta variable debe ocupar un alto porcentaje dentro de los municipios eficientes.

Participación del Impuesto Predial Unificado en el total de Recursos Tributarios. Al igual que el anterior debe mantener un alto porcentaje dentro de la totalidad de ingresos tributarios.

Carga Tributaria Per Cápita. Este indicador muestra las fortalezas o debilidades económicas de un municipio.

Inversión Per Cápita. Este indicador muestra la inversión de los municipios de acuerdo al número de habitantes.

Variable de referencia.

Relación entre las transferencias por SGP – Libre Destinación y los Ingresos Tributarios. Con esta variable se obtiene una referencia de la dependencia de las administraciones municipales de los recursos de la nación.

4.2. Análisis de correlación canónica.

Hasta hace pocos años, el análisis de correlación canónica era una técnica estadística relativamente desconocida (Badii et al., 2004, Badii et al., 2006, Badii & castillo, 2007, Badii et al., 2007a, Badii et al., 2007b). La disponibilidad de programas de computadora ha facilitado el aumento de su utilización en problemas de investigación. Es particularmente útil en situaciones donde se tienen múltiples variables dependientes como satisfacción, compra o volumen de ventas. Si las variables predictoras fueran exclusivamente categóricas, se podría emplear el análisis multivariante de la varianza. Pero, ¿qué ocurre si las varianzas predictoras son métricas?

La correlación canónica es la respuesta, ya que permite la valoración de la relación entre variables predictoras métrica y múltiples medidas dependientes. La correlación canónica es considerada como el modelo general en que se basan otras técnicas multivariantes, dado que se pueden emplear tanto datos métricos como no métricos para variables dependientes como independientes. Expresamos la forma general del análisis canónico como:

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

El concepto. El análisis de correlación canónica es un tipo de análisis estadístico lineal de múltiples variables, descrito inicialmente por Hotelling (1935). Actualmente se usa en química, biología, meteorología, demografía, inteligencia artificial, ciencias del conocimiento, ciencias políticas, sociología, psicometría, investigaciones de educación y ciencias de administración para analizar relaciones multidimensionales entre múltiples variables independientes y múltiples variables dependientes.

Aunque el ACC está documentado en libros de texto, y se encuentra en paquetes computacionales, existen ciertos problemas técnicos y de interpretación que impiden su uso rutinario por los investigadores. Se incluyen problemas de computación (singularidad de las matrices, tiempo de computadora), interpretación (visualización, examen de casos individuales), y significancia estadística (niveles de significancia e intervalos de confianza para datos multidimensionales no-normales, incluyendo variables discretas).

La aplicación del método. El análisis de correlación canónica es el método más generalizado de la familia de las técnicas estadísticas multivariante. Se relaciona directamente con varios métodos de dependencia. Al igual que en la regresión, el objetivo de la correlación canónica es cuantificar la validez de la relación, en este caso entre los dos conjuntos de variables

(dependiente e independiente). Se asemeja al análisis factorial en la creación de compuestos de variables. También se parece al análisis discriminante en su capacidad para determinar las dimensiones independientes para cada conjunto de variables que produce la correlación máxima entre las dimensiones. De esta manera, la correlación canónica identifica la estructura óptima o la dimensionalidad de cada conjunto de variables, que maximiza la relación entre los conjuntos de variables dependientes e independientes. El análisis de correlación canónica trata con la asociación entre los conjuntos de variables múltiples dependientes e independientes. Por ello, desarrolla varias funciones canónicas que maximizan la correlación entre combinaciones lineales, también conocidas como valores teóricos canónicos, que son conjuntos de variables dependientes e independientes. Cada función canónica se basa realmente en la correlación entre dos valores teóricos canónicos, un valor teórico para las variables dependientes y otro para las variables independientes. Otra característica única de la correlación canónica es que se obtienen los valores teóricos de forma que se maximice su correlación. Además, la correlación canónica no acaba con la obtención de una relación simple entre los conjuntos de variables. En su lugar, se pueden conseguir varias funciones canónicas.

Objetivos del método.

- Determinar si dos conjuntos de variables (medidas realizadas sobre los mismos objetivos) son independientes uno de otro ó, inversamente, determinar la magnitud de las relaciones que pueden existir entre los dos conjuntos.
- Obtener un conjunto de ponderaciones para cada conjunto de variables criterio y variables predictoras, para que las combinaciones lineales de cada conjunto estén correlacionadas de forma máxima. Las funciones lineales adicionales que maximizan la restante correlación son independientes de los conjuntos anteriores de combinaciones lineales.

- Explicar la naturaleza de cualquiera de las relaciones existentes entre los conjuntos de variables criterio y variables predictoras, generalmente mide la contribución relativa de cada variable a las funciones canónicas.

Análisis de correlación canónica. Los datos consisten en dos conjuntos de variables Y (los outputs) y X (los inputs). Las variables en ambos conjuntos son centradas y estandarizadas a través de transformaciones lineales. El procedimiento consiste en generar varias funciones canónicas que maximicen la relación entre los inputs y los outputs. La primera función atrapa la mayor correlación posible a través de los eigenvalores U1, V1. Luego se genera otra función canónica que contenga la correlación no contenida en la primera (eigenvalores: U2, V2), así sucesivamente. Cada eigenvalor está conformado por un vector propio. La correlación canónica está formada por la relación de los eigenvectores de U1 con V1. U2 con V2.

Las matrices de correlación R_{YY} , R_{YX} , R_{XX} , R_{XY} . Desarrollado por ter Braak (1990) representa la descomposición de valores singulares de la matriz de correlación entre los conjuntos Y y X como

$$R_{YX} = BC'$$

Donde B está formada por las correlaciones internas de B y Y, y las variantes canónicas (correlaciones estructurales) del conjunto X, y C está formada por coeficientes canónicos estandarizados (pesos canónicos) del conjunto X. En Ter Braak (1990) se presentan los detalles relativos a la presentación biplot para este análisis.

Transformación de datos. Las opciones de transformación de datos permiten centrar y escalar los datos antes del análisis. Las opciones son: Corregido por el medio mayor: $y_{ij}^* = y_{ij} - \bar{y}_{..}$

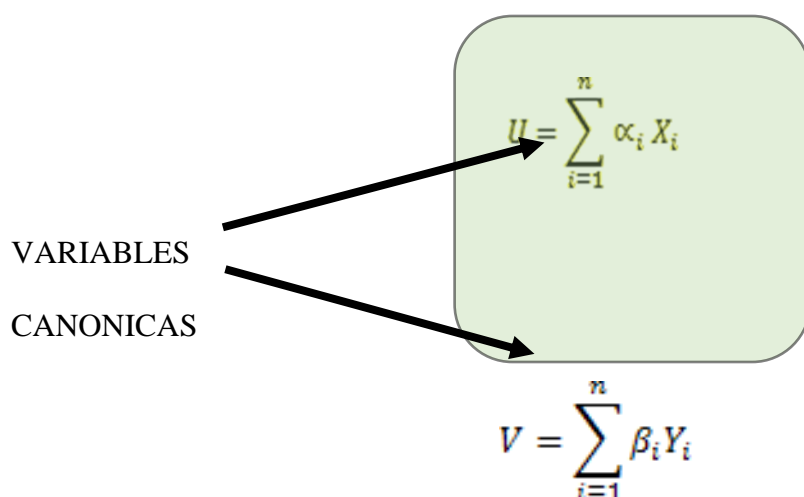
Columnas centradas: $y_{ij}^* = y_{ij} - y \cdot j$ esta transformación se utiliza para producir un Biplot basado en un PCA (análisis de componentes principales) de la matriz de covarianza.

Columnas centradas y estandarizadas: $y_{ij}^* = (y_{ij} - \bar{y}_j) / (\sqrt{n-1} s_j)$, esta transformación es

Útil cuando queremos un biplot basado en el PCA de la matriz de correlación. Aquí

$$s_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}{n-1}}$$

Es la desviación estándar de la columna j.



X: Vector de variables independientes

Y: Vector de variables dependientes

α_i : Ponderaciones para las variables independientes.

β_i : Ponderaciones para las variables dependientes

Se deben estimar los vectores α y β , de tal forma que maximicen la correlación entre U y V.

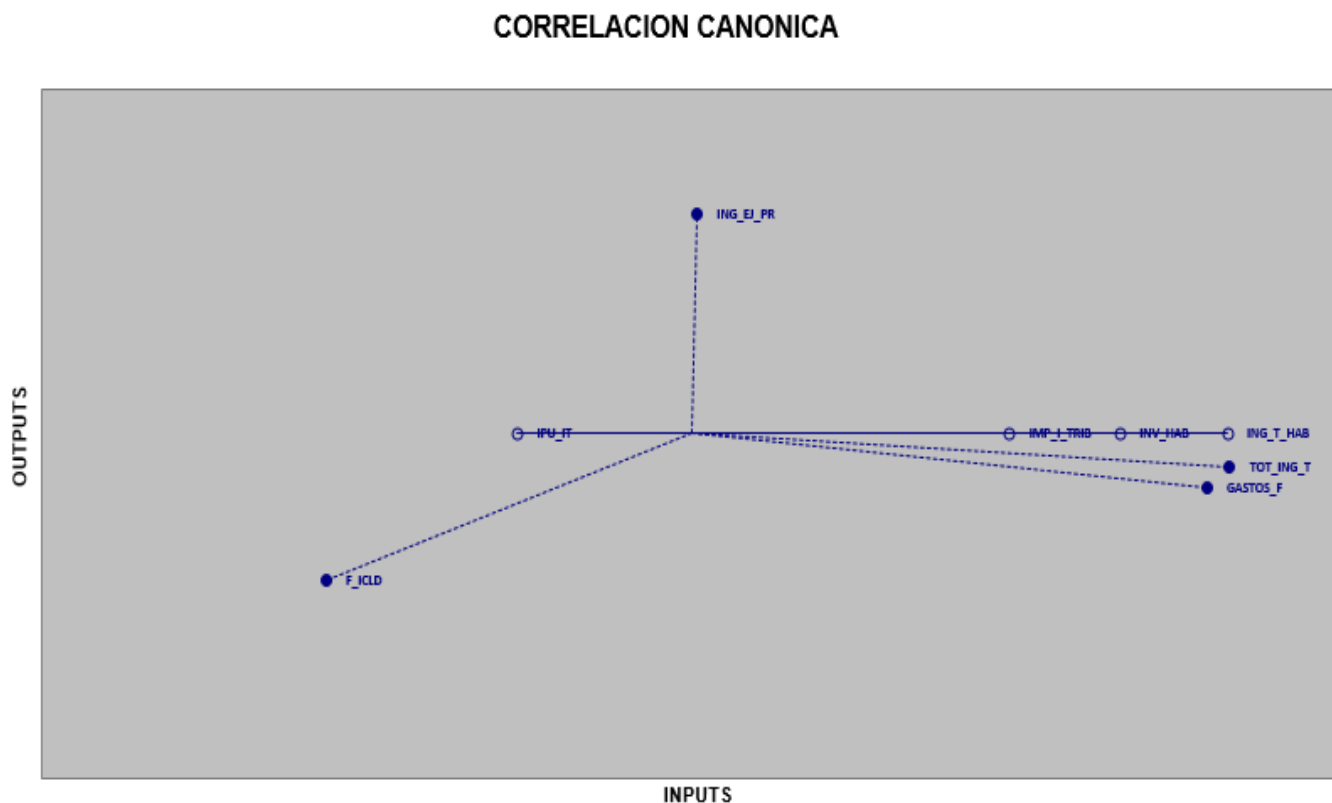


Figura 1. Correlación Canonica.

La longitud del vector IPU_IT manifiesta que es la variable con menor variabilidad dada su menor longitud. La longitud de la variable TOT_ING_T, es la variable que presenta la mayor variabilidad en sus datos.

Se aprecia que las variables IPU_IT, IMP_I_TRIB, INV_HAB, ING_T_HAB incluidas como variables de salida (output) presentan visualmente en un plano de dos dimensiones las variabilidades y correlaciones de las ocho variables. Las variables: IMP_I_TRIB, INV_HAB, ING_T_HAB, presentan una correlación directa y perfecta, el ángulo entre si es cercano a cero. La variable de salida IPU_IT también presenta una perfecta correlación, pero en forma inversa.

De acuerdo a la gráfica del biplot, las variables de salida (output), se reduce el espacio vectorial de R8 a R5.

Las variables de entrada (inputs) tomadas son: F_ICLD, ING_EJ_PR, TOT_ING_T, GASTOS_F, presentan baja correlación. La variable ING_EJ_PR está incorrelacionada con las demás variables de entrada y con las variables de salida inclusive. Lo mismo ocurre con la variable F_ICLD. Entre las variables de entrada TOT_ING_T, y GASTOS_F se presenta alta correlación entre sí. También presentan alta correlación con las variables de salida: IMP_I_TRIB, INV_HAB, ING_T_HAB.

Para facilitar el entendimiento de la existencia de la correlación se presenta en forma gráfica y apreciar los cosenos de los ángulos entre las variables. Se concluye la existencia de correlación entre las diferentes variables.

Medida de la redundancia de la varianza compartida. Las correlaciones canónicas al cuadrado (raíces) proporcionan una estimación de la varianza compartida entre las variables canónicas. Aunque esta es una medida sencilla y atractiva de la varianza compartida, puede llevar a interpretaciones incorrectas, dado que las correlaciones canónicas al cuadrado representan la varianza compartida por las combinaciones lineales de los conjuntos de variables, pero no refleja la varianza extraída de los conjuntos de variables. Por ello, se puede obtener una correlación canónica relativamente fuerte entre las dos combinaciones lineales, incluso aunque estas combinaciones lineales no puedan extraer porciones significativas de varianzas a partir de sus respectivos conjuntos de variables.

Dado que las correlaciones canónicas que se pueden obtener son considerablemente mayores que los coeficientes de correlación múltiple y bivalente anteriormente presentados, puede existir la tentación de suponer que el análisis canónico ha encubierto relaciones importantes de significación teórica y práctica. Sin embargo, antes de que estas conclusiones sean corroboradas, se deben de llevar a cabo posteriores análisis que incluyan otras medidas

distintas a la correlación canónica para determinar la cantidad de varianza de la variable dependiente explicada o compartida por las variables independientes.

Para superar el sesgo y la incertidumbre propios del empleo de raíces canónicas (correlaciones canónicas al cuadrado) como una medida de varianza compartida, se ha propuesto un **Índice de Redundancia**, este es equivalente de calcular el coeficiente de correlación múltiple al cuadrado entre el conjunto predictor total y cada una de las variables en el conjunto criterio, y después promediar estos coeficientes al cuadrado para obtener un R^2 promedio. Proporciona una medida resumen de la capacidad del conjunto de las variables predictores (consideradas como un conjunto) para explicar la variación de las variables criterio (respuesta) consideradas una a una. Como tal la medida de redundancia es perfectamente análoga al estadístico R^2 de la regresión múltiple.

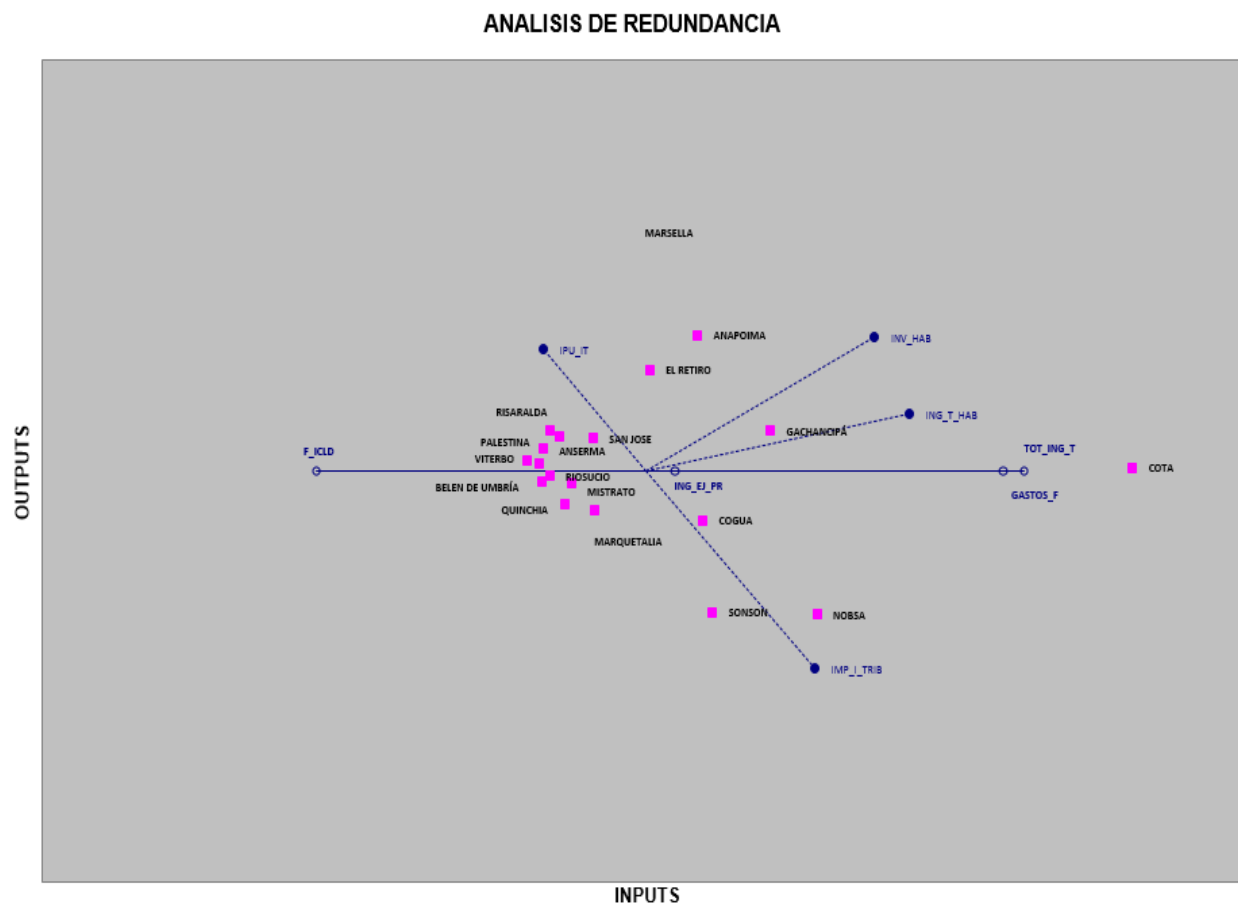


Figura 2. Análisis de redundancia.

Se observa en el gráfico de análisis de redundancia la similitud existente entre los municipios de la zona cafetera, al ubicarse cerca un municipio de otro. Los municipios que se ubican muy cercanamente son Risaralda, Palestina, San José, Anserma, Riosucio, Belén de Umbría, Mistrato, Quinchia. Comparten las variables F_ICLD e IPU_IT. Se presenta disimilitud con los municipios ubicados en otros departamentos como los municipios de Anapoima, El retiro, Gachancipá, Cota, Nobsa, y Sonson. Las variables predictoras son las mismas para explicar las variables de resultado para los municipios de la zona cafetera. Los municipios y los valores de entrada y salida se presentan a continuación.

El municipio de Belén de Umbría (Municipio elegido como caso de estudio), se ubica dentro del promedio de los municipios que pertenecen a la región cafetera. Su similaridad con los demás municipios con respecto a las variables de entrada y salida.

Tabla 10.

Valores de las variables independientes Y.

Municipios	ING_T_HAB	INV_HAB	IMP_I_TRIB	IPU_IT
BELEN DE UMBRÍA	\$ 76.709	\$ 89.287	14,68%	38,78%
ANSERMA	\$ 130.414	\$ 134.820	9,49%	40,64%
MARQUETALIA	\$ 50.423	\$ 260.540	23,50%	27,14%
MISTRATO	\$ 47.203	\$ 263.556	8,19%	23,86%
SAN JOSE	\$ 137.757	\$ 542.532	4,12%	32,30%
NOBSA	\$ 846.572	\$ 546.615	73,42%	8,59%
ANAPOIMA	\$ 1.030.566	\$ 1.089.042	7,14%	61,14%
COGUA	\$ 396.464	\$ 611.396	43,95%	27,91%
COTA	\$ 3.174.775	\$ 1.662.447	66,05%	13,24%
GACHANCIPÁ	\$ 466.615	\$ 1.361.305	17,93%	17,10%
MARSELLA	\$ 50.942	\$ 125.334	15,95%	50,89%
PALESTINA	\$ 275.822	\$ 289.644	8,50%	46,61%
QUINCHIA	\$ 52.112	\$ 126.051	8,73%	18,45%
EL RETIRO	\$ 908.108	\$ 738.341	5,76%	55,88%
RIOSUCIO	\$ 84.388	\$ 159.952	11,94%	36,31%
RISARALDA	\$ 67.787	\$ 379.084	7,33%	47,30%
SONSON	\$ 264.932	\$ 313.242	61,51%	11,34%
VITERBO	\$ 115.392	\$ 230.690	9,13%	44,29%

Tabla No. 11.**Valores de las variables dependientes X.**

Municipios	F_ICLD	TOT_ING_T	GASTOS_F	ING_EJ_PR
BELEN DE UMBRÍA	68,22%	\$2.126.437.719	\$1.728.368.380	83,04%
ANSERMA	66,65%	\$4.423.632.010	\$3.223.868.960	94,94%
MARQUETALIA	60,61%	\$755.430.675	\$798.753.202	99,29%
MISTRATO	56,92%	\$757.565.954	\$788.127.221	91,27%
SAN JOSE	59,96%	\$1.046.262.000	\$776.697.000	102,30%
NOBSA	19,65%	\$13.696.690.998	\$2.503.045.314	94,15%
ANAPOIMA	30,88%	\$13.506.597.000	\$4.102.099.000	99,72%
COGUA	25,65%	\$8.695.249.000	\$2.565.110.000	91,61%
COTA	18,34%	\$77.483.548.000	\$12.901.296.000	92,51%
GACHANCIPÁ	34,00%	\$6.559.677.687	\$2.087.630.225	104,13%
MARSELLA	79,75%	\$1.177.128.000	\$1.625.021.000	88,95%
PALESTINA	65,03%	\$4.908.257.453	\$2.973.116.453	101,95%
QUINCHIA	62,68%	\$1.755.926.000	\$1.149.348.000	93,67%
EL RETIRO	25,17%	\$17.177.770.000	\$4.053.516.000	86,34%
RIOSUCIO	46,41%	\$5.130.630.000	\$2.208.828.000	94,66%
RISARALDA	80,72%	\$657.058.000	\$947.451.000	89,94%
SONSON	45,10%	\$9.471.332.415	\$3.991.448.913	83,97%
VITERBO	60,62%	\$1.443.091.393	\$1.303.542.717	91,40%

Tabla No. 12.**Coefficientes de las funciones canónicas.**

Coefficientes de las funciones canónicas de las variables de salida

ING_T_HAB	9,8678	-1,9828	-1,2919	-0,0836
INV_HAB	-0,7381	2,2892	0,5802	0,5301
IMP_I_TRIB	-0,6087	0,0800	2,1263	0,0082
IPU_IT	-1,4134	-0,3230	1,3118	1,0492

**Coefficientes de las funciones canónicas de las
variables de entrada**

F_ICLD	-0,9809	-0,7177	-0,6523	0,0798
TOT_ING_T	10,6454	0,1359	-1,6098	-1,2726
GASTOS_F	-2,0747	-0,6592	1,2207	1,3853
ING_EJ_PR	0,4856	0,5917	-0,3894	0,1939

Primer par de variables canónicas

$$U_1 = -0.9809 F_ICLD + 10.6454 TOT_ING_T - 2.0747 GASTOS_F + 0.4856 ING_EJ_PR$$

$$V_1 = 9.8678 ING_T_HAB - 0.7381 INV_HAB - 0.6087 IMP_I_TRIB + 0.4856 ING_EJ_PR$$

Se interpreta como: Para un total de ingresos tributarios altos y bajos gastos de funcionamiento se obtiene ingresos tributarios por habitante altos y las inversiones por habitante también son altos.

Tabla 13.
Correlaciones Canónicas.

Singular values	Eigen values	Cum. % of eigenvalues	Squared Canonical correlations	Canonical correlations
9,2615	85,7752	0,9836	0,9885	0,9942
0,9257	0,8569	0,9934	0,4615	0,6793
0,6652	0,4424	0,9985	0,3067	0,5538
0,3593	0,1291	1,0000	0,1144	0,3382
Sum of eigenvalues	87,2037			

El coeficiente de correlación entre el primer par de variables canónicas señala que el 98.85% del comportamiento de las variables de salida (dependientes) es explicado por el conjunto de variables de entrada (independientes).

4.3. Análisis Envolvente de Datos.

Para la planeación estratégica, los municipios necesitan como apoyo la información estadística, para luego llevarla al modelo DEA, creando así escenarios para el desarrollo de sus actividades.

La utilización de la técnica del análisis envolvente de datos (DEA), permite apreciar el comportamiento de mayor eficiencia relativa, al comparar unidades de análisis entre sí, denominadas unidades tomadoras de decisión (DMU). En este caso cada DMU corresponde a un municipio.

En primera instancia se toman las DMU, los inputs y los outputs de la información original.

Para apreciar el comportamiento de mayor eficiencia relativa, se utilizó la técnica del Análisis Envolvente de Datos, que relaciona los valores de variables informadas como entrada / salida (inputs / outputs) de cada unidad de análisis o DMU (Unidades de Toma de Decisión), comparándolas entre sí y determinando cuál o cuáles son las más eficientes del conjunto. Una vez definidas las variables y el modelo a utilizar, la técnica es totalmente objetiva y no requiere una asignación de ponderaciones previa. Existen varios modelos DEA, según se considere la optimización de los inputs para los outputs generados, o al revés, o bien una mezcla de ambos.

El modelo matemático elegido para el estudio de la eficiencia de los municipios, es el DEA (Análisis Envolvente de Datos) orientado a los Outputs, y a partir de él se construyeron las restricciones basadas en la técnica de la programación lineal. El software utilizado fue el

Frontier Analyst. Este modelo matemático tiene dos versiones: rendimientos constantes a escala (CCR) y rendimientos variables a escala (BCC).

Para evaluar la eficiencia de un conjunto de unidades es necesario identificar la naturaleza de los rendimientos a escala que caracteriza la tecnología de producción.

Los rendimientos a escala que caracteriza la tecnología de producción, que son el resultado del incremento de todos los factores de producción en el mismo porcentaje y pueden ser constantes, es decir, el incremento porcentual del output es igual al incremento porcentual de los recursos productivos.

Los rendimientos a escala crecientes, se presenta cuando el incremento porcentual del output es mayor que el incremento porcentual de los factores.

Los rendimientos a escala decrecientes, se presenta cuando el crecimiento porcentual del output es menor que el incremento porcentual de los inputs.

Para interpretar los resultados obtenidos con cada modelo incorporando la eficiencia técnica pura y la eficiencia a escala, se toma como ejemplo el caso adaptado por Lovell (1993) con las tres fronteras DEA, más comúnmente estimadas:

- Frontera de rendimientos constantes a escala RCE
- Rendimientos variables a escala RVE
- Rendimientos no crecientes a escala RNCE

A partir de la figura siguiente, tomando como referencia la unidad B, puede verse como la frontera estimada bajo rendimientos variables a escala (RVE) está más cerca de la envoltura lineal convexa que la frontera estimada suponiendo rendimientos no crecientes a escala RNCE, y está, a su vez está más próxima que la de rendimientos constantes a escala RCE. Por tanto, la eficiencia técnica Input/Output pura, estimada mediante el modelo DEA-BCC, que considera

RVE es mayor que la eficiencia técnica I/O pura, estimada mediante el modelo DEA-CCR, que considera RCE.

Se aprecia que el modelo de mejor envoltura es el modelo DEA-BCC orientado a la salida incluyendo rendimientos variables a escala RVE.

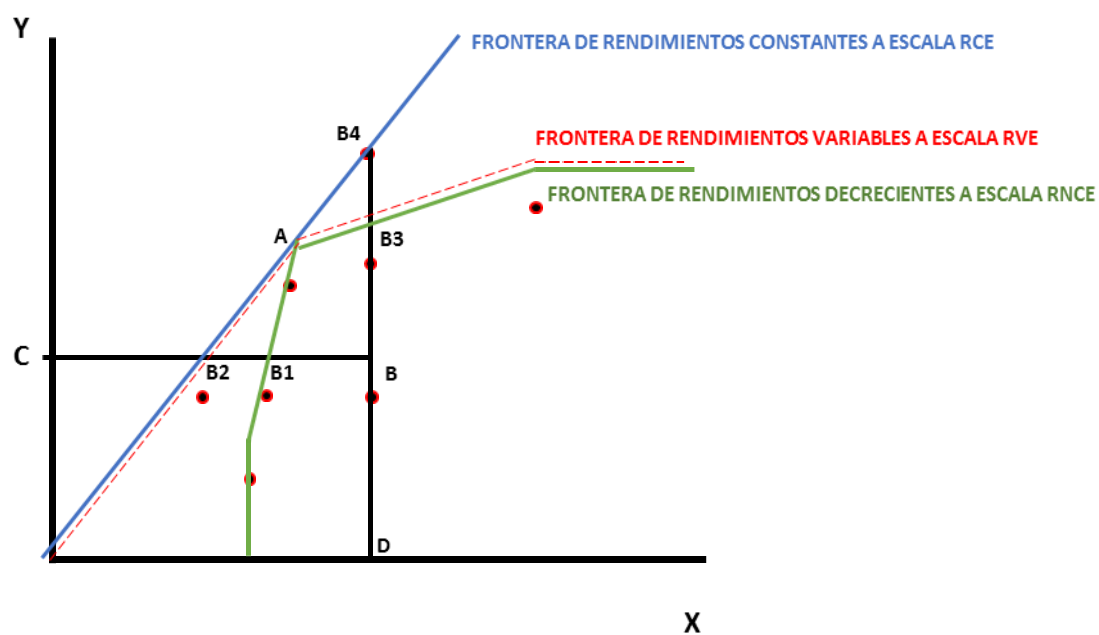


Figura 3. Frontera de rendimientos.

La expresión matemática de las dos versiones del modelo DEA es:

	Modelo CCR:	Modelo BCC:
Función objetivo	$\text{Min}_{u,v} W_0 = \sum_{i=1}^m u_i x_{i0}$	$\text{Min}_{u,v,k_0} W_0 = \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} - k_0$
Restricciones	$\sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \geq \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n$	$\sum_{i=1}^m u_i x_{ij} - k_0 \geq \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n$
Restricción de normalización:	$\sum_{r=1}^s v_r y_{r0} = 1$	$\sum_{r=1}^s v_r y_{r0} = 1$
Variables de decisión (pesos)	$u_i; v_i \geq \varepsilon > 0$	$u_i; v_i \geq \varepsilon > 0 \quad k_0 \text{ es no restringida}$

Cuadro 1. Representación matemática de los modelos DEA

Si la unidad de negocios es eficiente será (100%) y existirá al menos un valor óptimo para cada una de las variables de decisión “ u ” y “ v ” positivos. El modelo BCC formulado arroja el valor de la constante “ k_0 ”, el que indica los rendimientos a escala de la unidad bajo análisis. La “escala” es la dimensión de la producción de una empresa determinada según la variación proporcional y simultánea de los factores inputs y outputs.

Los valores que puede asumir “ k_0 ” son:

$k_0 > 0$ Rendimientos crecientes a escala	$k_0 = 0$ Rendimientos constantes a escala	$k_0 < 0$ Rendimientos decrecientes a escala
---	---	---

Cuadro 2. Rendimientos a escala

El modelo utilizado en el presente trabajo fue el de rendimientos variables a escala (BCC) orientación output.

Obviamente, la elección de las variables es un aspecto fundamental para que esta metodología brinde resultados adecuados, que reflejen el comportamiento de las unidades comparadas.

Dyson y otros (2001) señalan cuatro hipótesis que se deberían verificar con respecto al conjunto de inputs y outputs seleccionado:

- Que cubran toda la gama de recursos utilizados,
- Que capturen todos los niveles de actividad y medidas de rendimiento,
- Que los conjuntos de factores sean comunes a todas las unidades,
- Las variaciones del entorno han sido evaluadas y consideradas, si es necesario.

No se incluyó en el modelo ninguna restricción a los pesos de las variables, ya que se ha preferido explotar la ventaja que ofrece el DEA en lo relativo a libertad de comportamiento de las unidades.

En la Tabla 14, se presenta el conjunto de DMUs correspondiente a los municipios analizados. En color amarillo están las variables de entrada – Inputs, y en color verde las variables de salida – Outputs.

Para ajustar la escala de las variables de entrada (inputs), se hace una transformación lineal dividiendo por algunas constantes a cada variable de entrada.

HOMOGENIZACION

TOT_ING_T/657,058,000

GASTOS_F/776.697.000

ING_TOT_HAB/47.203

INV_HAB/89.287

En la ilustración de la tabla 14, se presentan diferencias bastante amplias entre las variables de entrada y salida de los municipios. Para Belén de Umbría, los recursos de funcionamiento frente a los ingresos corrientes de libre destinación (F_ICLD), se ubica por encima de la mayoría de los municipios. Con respecto a la variable total de ingresos tributarios (TOT_ING_T), se presentan diferencias antagónicas; unos municipios con un nivel de ingresos supremamente altos como es el caso particular del municipio de Cota, con un valor de 117.92. En cambio, el municipio de Risaralda aparece con un valor de 1. El municipio de Belén de

Umbría, está dentro del grupo de los municipios con bajos ingresos tributarios (TOT_ING_T), solo alcanza en proporción ingresos por 3.24.

Tabla 14.

Datos Homogenizados.

MUNICIPIOS	F_ICLD	TOT_I NG_T	GAST OS_F	ING_EJ_ PR	ING_T _HAB	INV_ HAB	IMP_I_T RIB	IPU_IT
BELEN DE UMBRÍA	68,22%	3,24	2,23	83,04%	1,63	1	14,68%	38,78%
ANSERMA	66,65%	6,73	4,15	94,94%	2,76	1,51	9,49%	40,64%
MARQUETALIA	60,61%	1,15	1,03	99,29%	1,07	2,92	23,50%	27,14%
MISTRATO	56,92%	1,15	1,01	91,27%	1	2,95	8,19%	23,86%
SAN JOSE	59,96%	1,59	1	102,30%	2,92	6,08	4,12%	32,30%
NOBSA	19,65%	20,85	3,22	94,15%	17,93	6,12	73,42%	8,59%
ANAPOIMA	30,88%	20,56	5,28	99,72%	21,83	12,2	7,14%	61,14%
COGUA	25,65%	13,23	3,3	91,61%	8,4	6,85	43,95%	27,91%
COTA	18,34%	117,92	16,61	92,51%	67,26	18,62	66,05%	13,24%
GACHANCIPÁ	34,00%	9,98	2,69	104,13%	9,89	15,25	17,93%	17,10%
MARSELLA	79,75%	1,79	2,09	88,95%	1,08	1,4	15,95%	50,89%
PALESTINA	65,03%	7,47	3,83	101,95%	5,84	3,24	8,50%	46,61%
QUINCHIA	62,68%	2,67	1,48	93,67%	1,1	1,41	8,73%	18,45%
EL RETIRO	25,17%	26,14	5,22	86,34%	19,24	8,27	5,76%	55,88%
RIOSUCIO	46,41%	7,81	2,84	94,66%	1,79	1,79	11,94%	36,31%
RISARALDA	80,72%	1	1,22	89,94%	1,44	4,25	7,33%	47,30%
SONSON	45,10%	14,41	5,14	83,97%	5,61	3,51	61,51%	11,34%
VITERBO	60,62%	2,2	1,68	91,40%	2,44	2,58	9,13%	44,29%

En la siguiente figura se presentan los 18 municipios considerados en el estudio, el registro alcanzado de eficiencia relativa, y el ranking dentro del grupo. Los municipios que alcanzan un marcador de 1, son los ubicados en la frontera eficiente. En este caso se presentan 14 eficientes del total de 18.

Para los DMU municipios que son ineficientes, se incluye el conjunto de referencia. El conjunto de referencia son los municipios eficientes con los que se comparan los municipios ineficientes. Es el caso de Anserma, alcanza un score de 0.7596, y se compara con los

municipios eficientes de Anapoima, Marsella y Viterbo. Ese es su conjunto de referencia y los valores son los pesos para hacer el benchmarking referenciado. Se debe comparar principalmente con Marsella.

Para el municipio de Belén de Umbría, entra en el conjunto de los 14 municipios que son categorizados como eficientes, es decir, la relación input/output es igual a 100%, en algún input/output. Ver las tablas 15 y 16.

Tabla No. 15.

Conjunto de referencia municipios eficientes.

Model = BCC-O

No.	DMU	Score	Ran k	CONJUNTO REFERENCIA											
1	BELEN DE UMBRÍA	1	1	BELEN DE UMBRÍA	1,000										
2	ANSERMA	0,759 6	17	ANAPOIMA	0,263	MARSELLA	0,724	VITERBO	0,013						
3	MARQUETALIA	1	1	MARQUETALIA	1,000										
4	MISTRATO	1	1	MISTRATO	1,000										
5	SAN JOSE	1	1	SAN JOSE	1,000										
6	NOBSA	1	1	NOBSA	1,000										
7	ANAPOIMA	1	1	ANAPOIMA	1,000										
8	COGUA	1	1	COGUA	1,000										
9	COTA	1	1	COTA	1,000										
10	GACHANCIPÁ	1	1	GACHANCIPÁ	1,000										
11	MARSELLA	1	1	MARSELLA	1,000										
12	PALESTINA	0,863 3	16	ANAPOIMA	0,303	MARSELLA	0,697								
13	QUINCHIA	0,498 6	18	BELEN DE UMBRÍA	0,030	MARQUETALIA	0,34	NOBSA	0,055	MARSE- -LLA	0,016	RISA- RALDA	0,188	VITERBO	0,37
14	EL RETIRO	1	1	EL RETIRO	1,000										
15	RIOSUCIO	0,874 9	15	ANAPOIMA	0,125	COGUA	0,3	VITERBO	0,575						
16	RISARALDA	1	1	RISARALDA	1,000										
17	SONSON	1	1	SONSON	1,000										
18	VITERBO	1	1	VITERBO	1,000										

En la siguiente figura, se presentan las DMU en orden descendente de acuerdo al puntaje de eficiencia obtenido a través del modelo BCC-O.

Tabla 16.

DMU's en orden descendente.

No.	DMU	Score	Rank
1	BELEN DE	1	1
3	MARQUET	1	1
4	MISTRATO	1	1
5	SAN JOSE	1	1
6	NOBSA	1	1
7	ANAPOIM	1	1
8	COGUA	1	1
9	COTA	1	1
10	GACHANC	1	1
11	MARSELL	1	1
14	EL RETIRO	1	1
16	RISARALI	1	1
17	SONSON	1	1
18	VITERBO	1	1
15	RIOSUCIO	0,875	15
12	PALESTIN	0,863	16
2	ANSERMA	0,76	17
13	QUINCHIA	0,499	18

Holguras Asociadas. En la figura siguiente, se muestran los municipios ineficientes con los faltantes para que sean eficientes, desde el enfoque de la salida (modelo BCC-O).

La primera columna es la numeración de los DMU-Municipios, la segunda columna presenta el nombre de los municipios, la tercera columna muestra el score o marcador del municipio en cuanto a eficiencia. Las columnas siguientes se refieren a los faltantes de cada municipio para llegar a ser eficiente en las cuatro variables de salida tomadas inicialmente:

- ING_T_HAB
- INV_HAB
- IMP_I_TRIB
- IPU_IT

Tabla 17.

Holguras asociadas a los municipios ineficientes.

No.	DMU	Score	Rank	ING_T_HAB	INV_HAB	IMP_I_TRIB	IPU_IT
1	BELEN DE UMBRÍA	1	1	0	0	0	0
2	ANSERMA	0,76	17	2,919	2,271	0,011	0
3	MARQUETALIA	1	1	0	0	0	0
4	MISTRATO	1	1	0	0	0	0
5	SAN JOSE	1	1	0	0	0	0
6	NOBSA	1	1	0	0	0	0
7	ANAPOIMA	1	1	0	0	0	0
8	COGUA	1	1	0	0	0	0
9	COTA	1	1	0	0	0	0
10	GACHANCIPÁ	1	1	0	0	0	0
11	MARSELLA	1	1	0	0	0	0
12	PALESTINA	0,863	16	0,591	0,912	0,034	0
13	QUINCHIA	0,499	18	0,383	0,308	0	0
14	EL RETIRO	1	1	0	0	0	0
15	RIOSUCIO	0,875	15	4,619	3,021	0,057	0
16	RISARALDA	1	1	0	0	0	0
17	SONSON	1	1	0	0	0	0
18	VITERBO	1	1	0	0	0	0

Se aprecia en la tabla 17 de las holguras asociadas a los municipios ineficientes, lo siguiente: Los municipios con score o resultado de eficiencia igual a 1, son municipios eficientes, como es el caso de Belén de Umbría, Marquetalia, y Mistrato entre otros, por ser eficientes, sus holguras en las variables de salida son cero. En cambio, el municipio de Anserma alcanza una eficiencia de 76%, presenta holguras en las salidas.

- ING_T_HAB
- INV_HAB
- IMP_I_TRIB

Para que el municipio de Anserma sea eficiente debe expandirse 1 /"score" en su caso es: $1 / 0.7596$ que es igual a 1.32. Quiere decir que debe expandirse en 32% en todas las salidas, y, además se debe sumar a las salidas de ING_T_HAB 2.919, INV_HAB 2.271, y a IMP_I_TRIB 0.011.

Tablero de Mando. El tablero de mando es una herramienta que suministra al investigador información valiosa para que este diseñe estrategias y acciones tendientes a mejorar la medida de la eficiencia a partir del correcto uso de los recursos disponibles, en cada una de las DMU-municipios.

Tabla 18.

Proyecciones para los municipios.

No.	DMU	Score	Rank	ING_T_HAB			INV_HAB			IMP_I_TRIB			IPU_IT		
				Data	Proje	Dif(%)	Data	Proje	Dif(%)	Data	Proje	Dif(%)	Data	Proje	Dif(%)
1	BELEN DE UMBRÍA	1	1	1,63	1,63	0,004	1	1	0,014	0,15	0,15	0,003	0,39	0,39	0,003
2	ANSERMA	0,76	17	2,76	6,56	137,29	1,51	4,26	182	0,09	0,14	42,74	0,41	0,53	31,64
3	MARQUETALIA	1	1	1,07	1,07	0	2,92	2,92	0	0,23	0,23	0	0,27	0,27	0
4	MISTRATO	1	1	1	1	0,005	2,95	2,95	0,002	0,08	0,08	0,002	0,24	0,24	0,002
5	SAN JOSE	1	1	2,92	2,92	0	6,08	6,08	0	0,04	0,04	0	0,32	0,32	0
6	NOBSA	1	1	17,93	17,93	0	6,12	6,12	0	0,73	0,73	0	0,09	0,09	0
7	ANAPOIMA	1	1	21,83	21,83	0	12,2	12,2	0	0,07	0,07	0	0,61	0,61	0
8	COGUA	1	1	8,4	8,4	0	6,85	6,85	0	0,44	0,44	0	0,28	0,28	0
9	COTA	1	1	67,26	67,26	0	18,62	18,62	0	0,66	0,66	0	0,13	0,13	0
10	GACHANCIPÁ	1	1	9,89	9,89	0	15,25	15,25	0	0,18	0,18	0	0,17	0,17	0
11	MARSELLA	1	1	1,08	1,08	0	1,4	1,4	0	0,16	0,16	0	0,51	0,51	0
12	PALESTINA	0,863	16	5,84	7,36	25,949	3,24	4,67	43,96	0,09	0,13	56,21	0,47	0,54	15,83
13	QUINCHIA	0,499	18	1,1	2,6	135,29	1,41	3,14	122,4	0,09	0,18	100,6	0,18	0,37	100,6
14	EL RETIRO	1	1	19,24	19,24	0	8,27	8,27	0	0,06	0,06	0	0,56	0,56	0
15	RIOSUCIO	0,875	15	1,79	6,66	272,66	1,79	5,07	182,9	0,12	0,19	61,83	0,36	0,41	14,29
16	RISARALDA	1	1	1,44	1,44	0	4,25	4,25	0	0,07	0,07	0	0,47	0,47	0
17	SONSON	1	1	5,61	5,61	0	3,51	3,51	0	0,62	0,62	0	0,11	0,11	0
18	VITERBO	1	1	2,44	2,44	0	2,58	2,58	0	0,09	0,09	0	0,44	0,44	0

En la tabla anterior, se presentan las proyecciones de cada uno de los municipios, la proyección se refiere a lo que le hace falta para ser eficientes; la primera columna, etiquetada como “No” muestra la numeración para cada municipio, la columna etiquetada “DMU” presenta los nombres de los municipios. Luego, aparece el score o puntaje obtenido, posteriormente, aparece la columna de Rank, posiciona a cada municipio dado su nivel de eficiencia. Por último, la etiqueta dada a cada una de las variables de salida, que contienen las columnas: Data, Projection y diferencia (%). La columna Projection ilustra el valor que debe proyectarse o contraerse cada variable, la columna “Difference” muestra la diferencia entre el valor actual y su proyección en términos porcentuales.

Por ejemplo, el municipio de Riosucio, deberá expandirse en 272.66% con respecto a la variable de salida ING_T_HAB. El valor actual es de 1.79 y debería expandirse o proyectarse a un valor de 6.66. La diferencia porcentual de expansión es:

$$\text{Diferencia \%} = \frac{(6.66-1.79)}{1.79} = 2.72 = 272\%$$

El valor actual es de 1.79, y debe de proyectarse a un valor de 6.66 lo que indica que debe mejorar en un 272% en esa variable. Igualmente pueden analizarse las demás variables de salida: INV_HAB, IMP_I_TRIB, e IPU_IT.

Para el municipio de Belén de Umbría y las 13 DMUs ubicadas en la frontera eficiente, lo que les falta para ser eficiente tiende a cero.

Robustez de una DMU. Los modelos DEA basados en valores producen una información directa acerca de la robustez de la medida de eficiencia de una DMU por medio del nivel del valor de las salidas y las entradas virtuales de la DMU que está siendo evaluada.

Los niveles de las entradas y salidas virtuales reflejan hasta donde la eficiencia de una DMU Pareto-eficiente es subestimada por uno de sus niveles de entrada o de salida. La robustez de la eficiencia de una DMU puede ser juzgada por el nivel en que una DMU depende de un limitado número de entradas y salidas para ser “rankeada” En el caso extremo, una DMU podría tener la totalidad de su entrada virtual apoyada en una sola entrada y la totalidad de su salida virtual debida a una sola salida. Tal DMU se apoya, entonces, solo en el cociente de una sola salida a una sola entrada, y en tal caso, no se puede decir que tiene una eficiencia robusta. Es decir, no se sabe si esa DMU podría seguir con buen desempeño con respecto a otras DMUs, si un mayor número de entradas y salidas fuesen consideradas en su evaluación.

Al analizar la robustez del municipio en particular de RISARALDA., la entrada virtual depende de una sola variable TOT_ING_T

				entradas			
No.	DMU	Score	Rank	$v(1)*F_ICLD$	$v(2)*TOT_ING_T$	$v(3)*GASTOS_F$	$v(4)*ING_EJ_PR$
16	RISARALDA	1	1	0	10.000.000.000.015	0	0

Al observar las salidas virtuales del municipio de RISARALDA, depende de una sola salida IPU_IT

				salidas			
No.	DMU	Score	Rank	$u(1)*ING_T_HAB$	$u(2)*INV_HAB$	$u(3)*IMP_I_TRIB$	$u(4)*IPU_IT$
16	RISARALDA	1	1	0	0	0	100.000.000.000.108

Si al considerar un mayor número de inputs o de outputs seguramente este municipio no seguiría teniendo un buen desempeño frente a los demás municipios, debido a la carencia de robustez.

Caracterización de los modelos DEA. Los modelos DEA se pueden clasificar en función de:

- La orientación del modelo: input orientado, output orientado, input-output orientado

Input orientado: dado el nivel de outputs se minimizan los inputs, permaneciendo el mismo nivel de outputs.

Outputs orientados: dado el mismo nivel de inputs, se maximiza el valor de los outputs.

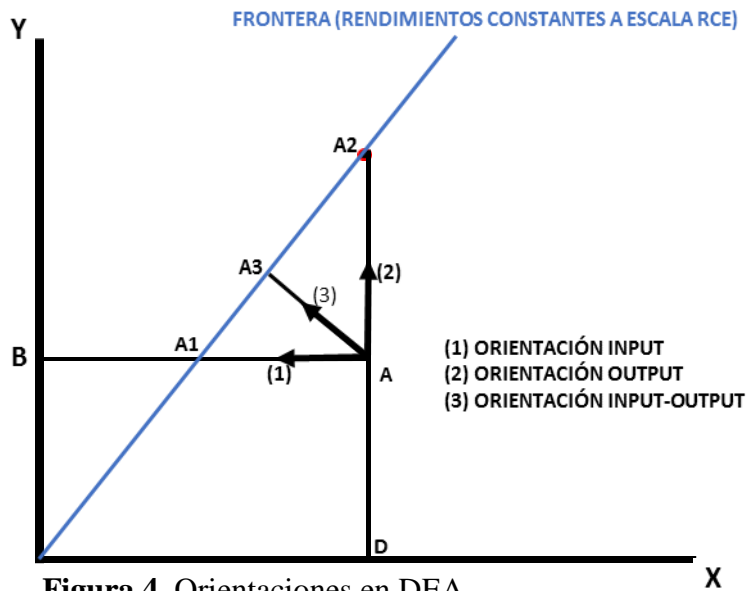


Figura 4. Orientaciones en DEA.

En la figura anterior, se representa bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala (obsérvese la línea azul de la frontera eficiente), a medida que aumenta la variable independiente X (input), en la misma proporción aumenta la variable dependiente Y (output). La pendiente de la frontera tiene un ángulo aproximado de 45 grados.

En la figura anterior, también se observa como la unidad A (DMU), es ineficiente técnicamente, se sitúa por debajo de la frontera.

Desde el punto de vista de un modelo Input-orientado, la unidad A podría reducir la cantidad de input x (los inputs son controlables) y seguir produciendo la misma cantidad de output (punto B). La unidad A (DMU) debería tomar como conjunto de referencia la mejor práctica de la unidad A1 (DMU), ubicada en la frontera eficiente. La eficiencia (técnica) de la unidad considerada vendría dada por:

$$ET_A = \frac{BA1}{BA}$$

En la misma forma, al considerar la evaluación de la eficiencia a través de modelos output-orientados (los outputs son controlables), la unidad A sería calificada como ineficiente. Esta unidad podría estar consumiendo la misma cantidad de input, y producir una mayor cantidad de output. En este caso, la eficiencia de la unidad A viene dada por el cociente:

$$ET_A = \frac{DA}{DA2}$$

En la figura No. 4, se presenta una tercera opción, correspondiente a los denominados modelos no orientados, también llamados input-output orientados. En este caso, los inputs y los outputs son controlables, y buscan la reducción de los inputs y la expansión de los outputs simultáneamente.

- Tipología de los rendimientos a escala:

Para evaluar la eficiencia de un conjunto de unidades es necesario identificar la tipología de los rendimientos a escala.

Los rendimientos a escala que indican los incrementos de los outputs frente al crecimiento porcentual de los inputs pueden ser: constantes, crecientes, o decrecientes: Ver figura 5.

- **Rendimientos constantes a escala:** cuando el incremento porcentual del output es igual al incremento porcentual de los inputs.
- **Rendimientos crecientes a escala (economías de escala):** se presenta cuando el incremento porcentual del output es mayor que el incremento porcentual del input.
- **Rendimientos decrecientes a escala:** cuando el incremento porcentual del output es menor que el incremento porcentual de los inputs.

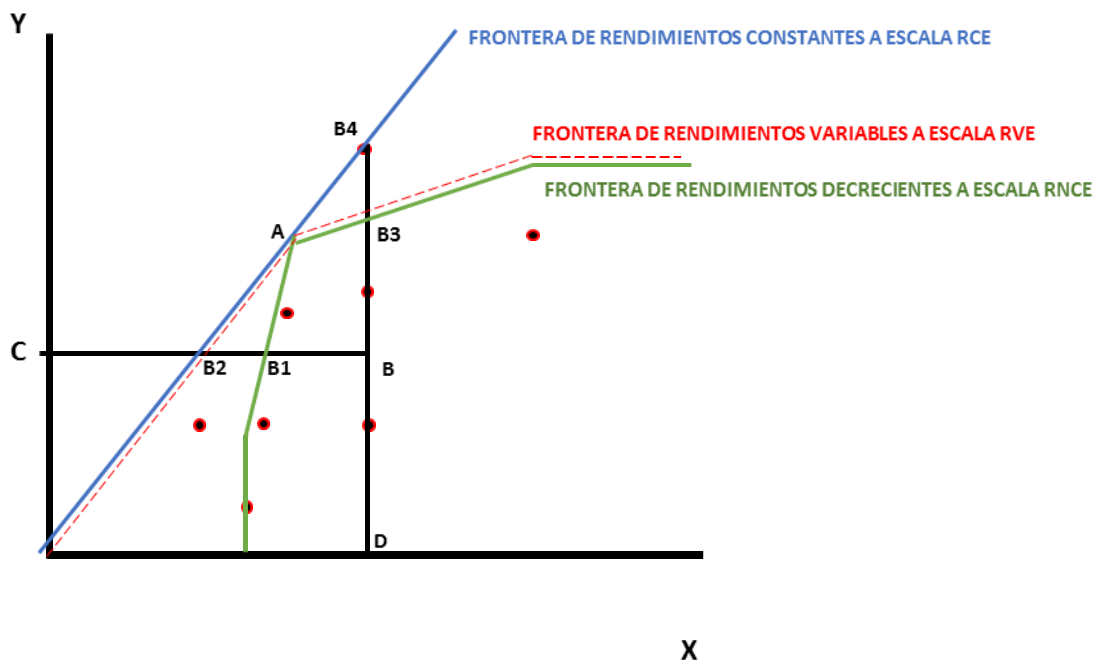


Figura 5. Tipología de los rendimientos a escala.

Tabla 19.**Rendimientos a escala para los municipios considerados en el estudio.****Model = BCC-O**

No.	DMU	Score	RTS of Projected DMU
1	BELEN DE UMBRÍA	1	Increasing
2	ANSERMA	0,7596	Constant
3	MARQUETALIA	1	Constant
4	MISTRATO	1	Increasing
5	SAN JOSE	1	Constant
6	NOBSA	1	Constant
7	ANAPOIMA	1	Constant
8	COGUA	1	Constant
9	COTA	1	Constant
10	GACHANCIPÁ	1	Constant
11	MARSELLA	1	Constant
12	PALESTINA	0,8633	Constant
13	QUINCHIA	0,4986	Increasing
14	EL RETIRO	1	Constant
15	RIOSUCIO	0,8749	Constant
16	RISARALDA	1	Constant
17	SONSON	1	Constant
18	VITERBO	1	Constant

No. of Increasing RTS=3

No. of Constant RTS=15

No. of Decreasing RTS=0

Con los rendimientos a escala se observa en que escala de rendimiento se encuentra cada una de las DMUs eficientes, en el caso de las DMUs ineficientes se observa en que escala de rendimiento estarían si alcanzaran la eficiencia.

La tabla No. 19, muestra en la primera columna la numeración para cada DMU, la segunda columna es el nombre de cada municipio, la tercera columna señala el score o resultado del nivel de eficiencia relativa alcanzada. En el caso de los municipios en color verde, presenta un rendimiento a escala creciente, es decir, podrán extender sus rendimientos porcentualmente mayores en los outputs ante un incremento porcentual en los recursos de entrada (input).

Los municipios en color azul son eficientes, por eso presentan una proyección constante, es decir su relación entre inputs y outputs es de 1.

Los municipios ineficientes: Anserma, Palestina, y Riosucio, aunque son ineficientes presentan una proyección constante, Para este modelo enfocado a las salidas, sugiere que la ineficiencia se presenta en los inputs.

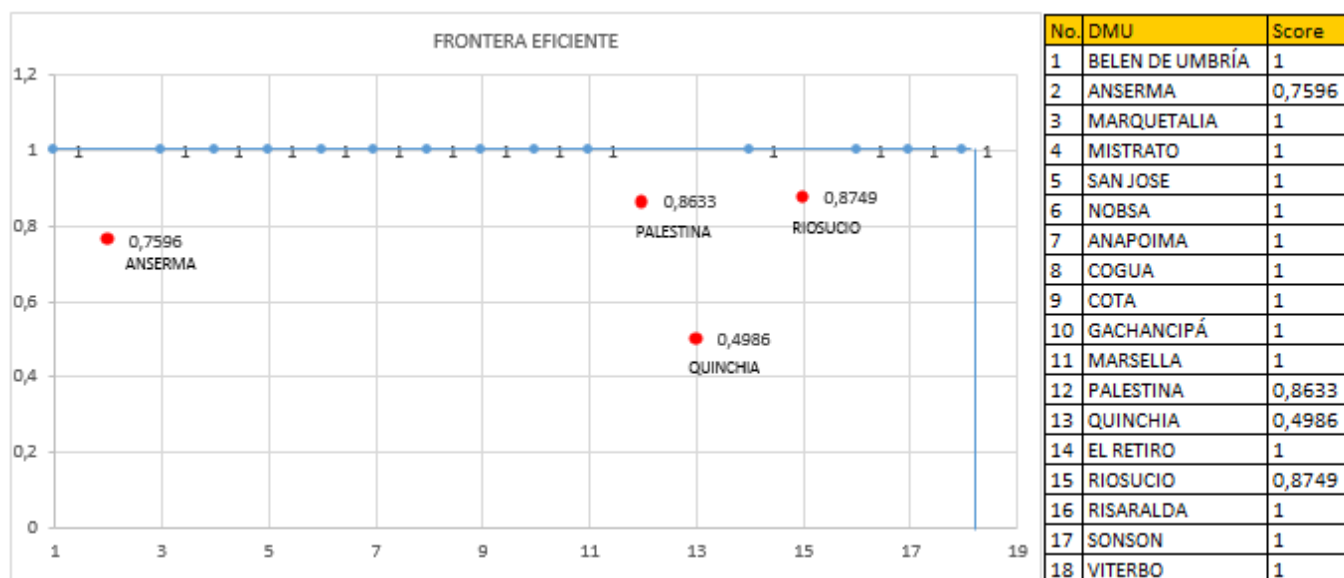


Figura 6. Frontera eficiente.

En la figura anterior, se aprecian 14 DMUs eficientes, y cuatro DMUs ineficientes. Las DMUs ineficientes son: Anserma, Palestina; Riosucio, y Quinchia.

Aplicación del análisis de componentes principales en la medición de la eficiencia. El objetivo de aplicar el Análisis de Componentes Principales (ACP)¹ al conjunto de variables de entrada y al conjunto de variables de salida, es tratar de agrupar las variables de entrada en una sola componente (factor) y las variables de salida en uno o más componentes fácilmente identificables entre los municipios, las variables así agrupadas alimentarían posteriormente un modelo DEA, para medir la eficiencia de las DMUs - Municipios, en función de las variables originales agrupadas (discriminadas).

Análisis de correlación al conjunto de variables de entrada. En la figura siguiente, se aprecia la correlación entre las cuatro variables de entrada, a través de un gráfico de biplot.

¹ La aplicación de la Técnica Multivariante: Análisis de Componentes Principales (ACP), tanto al conjunto de variables de entrada como al conjunto de variables de salida, consiste en agrupar dichas variables en Componentes que en la práctica permitan describir aspectos o indicadores relacionados con la gestión administrativa de los municipios seleccionados en este estudio.

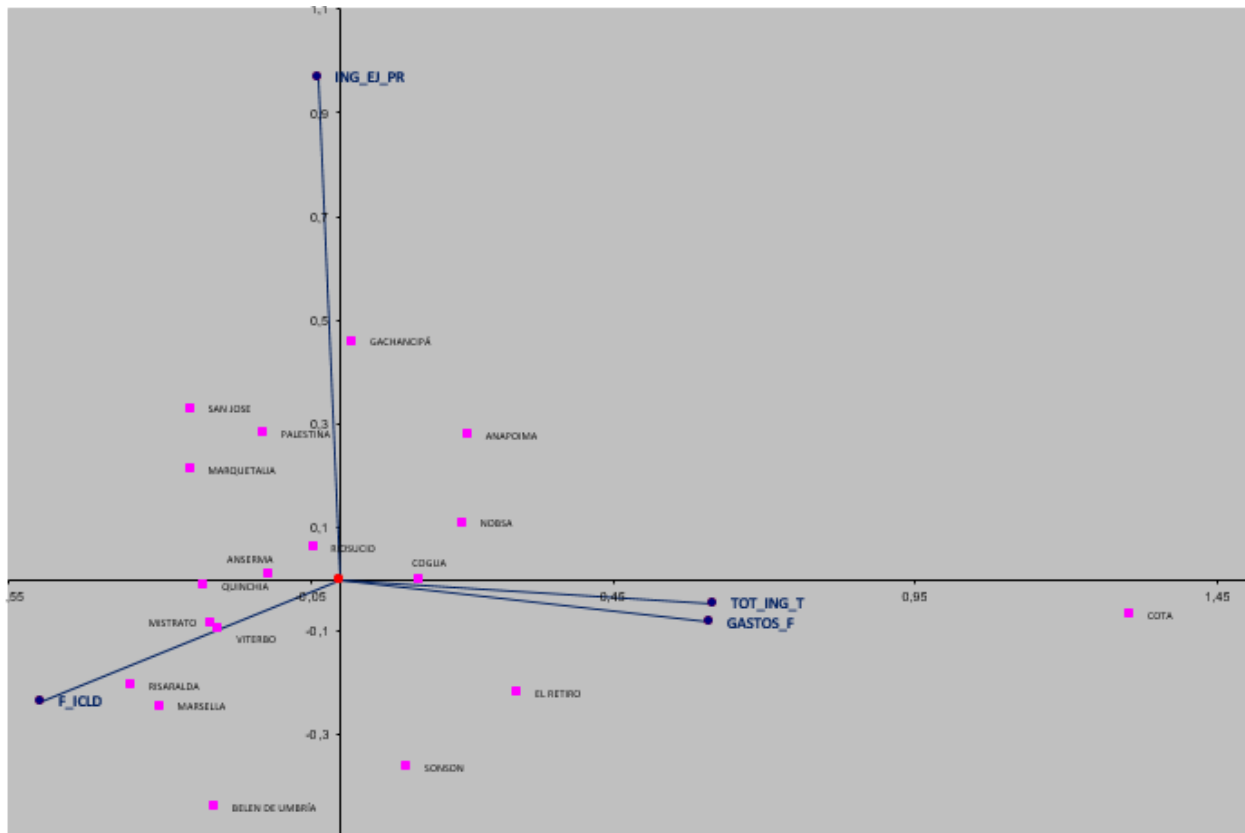


Figura 7. Correlación entre variables.

Se infiere la alta correlación entre los inputs TOT_ING_T y GASTOS_F, dado el ángulo existente entre las dos variables. En cambio, con respecto a ING_EJ_PR, se presenta un ángulo cercano a los 90 grados con respecto a los dos inputs anteriores, con este ángulo, se acerca a la ortonormalidad, es decir una correlación cercana a cero. Con respecto al input F_ICLD, se presenta alta correlación, pero en sentido inverso, dado el ángulo que supera levemente los 180 grados con respecto a los dos primeros outputs.

En la siguiente figura se aprecia la varianza total explicada por los dos componentes principales obtenidos con las variables de entrada. Se denota la participación dominante en el primer y segundo componente de los inputs TOT_ING_T y GASTOS_F.

INPUTS

V matrix of the U LAMBDA V' decomposition

F_ICLD	-6,83082E-12	2,27584E-11
TOT_ING_T	0,988573708	-0,150738263
GASTOS_F	0,150738263	0,988573708
ING_EJ_PR	-2,22838E-13	-1,26665E-11

Figura 8. Varianza Total.

La varianza acumulada explicada por los componentes principales de los inputs se presenta en la figura siguiente.

Tabla 20.

Método extracción de varianza explicada por cada componente.

Singular and eigenvalues for the SVD (U LAMBDA V')

	Singular values	Eigen values	Cumulative % of Eigenvalues
1	73923663261	5,465E+21	99,87%
2	2639642418	6,968E+18	100,00%

Se evidencia que solo se requiere de un componente para explicar la varianza total, la primera componente explica el 99.87% de la varianza.

A este primer componente se denominará C_TOT_ING_T (componente total ingresos tributarios), la relación entre el componente y las variables originales se formula a continuación:

$$C_TOT_ING_T = -6.8308E-12 * F_ILCD + 0.9885 * TOT_ING_T + 0.1507 * GASTOS_F - 2.228E-13$$

La composición del componente seleccionado por contener el 99.87% de la variabilidad está conformado por los inputs F_ICLD, TOT_ING_T, GASTOS_F, e ING_EJ_PR.

En la siguiente tabla se visualizan los resultados obtenidos por la transformación del sistema de representación.

Componente Principal de los Inputs Transformada

Tabla 21.

Puntuaciones de los municipios en el componente C_TOT_ING_T.

MUNICIPIOS	(I)F_ICLD	(I)TOT_ING_T	(I)GASTOS_F	(I)ING_EJ_PR
BELEN DE UMBRÍA	-4,65978E-12	3,199322465	0,335434857	-1,850535E-13
ANSERMA	-4,55263E-12	6,655555976	0,625675659	-2,115614E-13
MARQUETALIA	-4,14049E-12	1,136579881	0,155018843	-2,212632E-13
MISTRATO	-3,88815E-12	1,139792506	0,152956595	-2,033824E-13
SAN JOSE	-4,09546E-12	1,574148865	0,150738263	-2,279601E-13
NOBSA	-1,34253E-12	20,60729587	0,485781074	-2,097986E-13
ANAPOIMA	-2,10964E-12	20,32129078	0,79611905	-2,222055E-13
COGUA	-1,75224E-12	13,08239843	0,497826341	-2,041436E-13
COTA	-1,25296E-12	116,5775295	2,503832189	-2,061368E-13
GACHANCIPÁ	-2,32239E-12	9,869334053	0,405158967	-2,320462E-13
MARSELLA	-5,44786E-12	1,771042726	0,315377609	-1,982108E-13
PALESTINA	-4,44222E-12	7,384697044	0,57701061	-2,271779E-13
QUINCHIA	-4,28145E-12	2,641870698	0,223060886	-2,087285E-13
EL RETIRO	-1,71929E-12	25,84473788	0,786690255	-1,923999E-13
RIOSUCIO	-3,16987E-12	7,719266676	0,428680549	-2,109284E-13
RISARALDA	-5,51399E-12	0,988573708	0,18387752	-2,004245E-13
SONSON	-3,08066E-12	14,2500513	0,774644522	-1,871241E-13
VITERBO	-4,14067E-12	2,171196773	0,252986383	-2,036751E-13

En la tabla anterior, la primera columna se relacionan los nombres de los municipios y en la segunda columna están las puntuaciones de cada una de las variables y los aportes de cada uno de los municipios en la componente: C_TOT_ING_T.

Análisis de componentes principales de las variables de salida. Se utiliza la técnica de biplot para analizar la correlación existente entre las variables de salida (outputs). En el gráfico biplot se aprecia una alta correlación entre las variables INV_HAB e ING_TOT_HAB. El ángulo

existente entre estas dos outputs es menor a 15 grados, y presenta una correlación alta y directa. En cambio, con las variables IPU_IT y IMP_I_TRIB, se presenta una alta correlación pero inversa.

Con respecto a las salidas INV_HAB e ING_TOT_HAB, la variable IPU_IT, tiende a formar un ángulo de 90 grados, marcando incorrelación entre si.

Con respecto a las salidas INV_HAB e ING_TOT_HAB, la variable IMP_I_TRI, tiende a formar un ángulo de 270 grados, presentando ortonormalidad, marcando incorrelación inversa entre si.

Se resalta la ubicación cercana entre el conjunto de las DMUs-municipios que corresponden al viejo Caldas, la similaridad entre estos municipios es muy alta dada la cercanía entre ellos mismos, incluido el municipio de Belén de Umbría. A diferencia con los municipios de cundinamarca ubicados a grandes distancias en el gráfico.

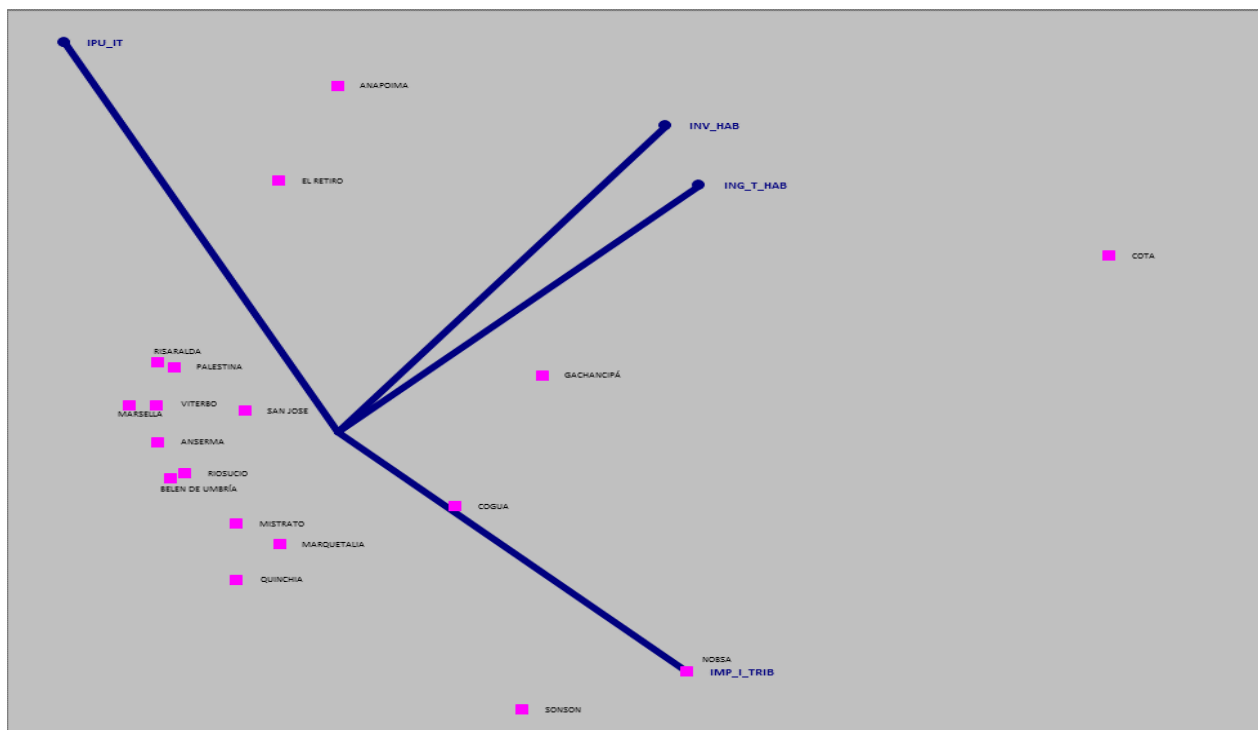


Figura 8. Biplot de las variables de salida.

La varianza total explicada se realiza a través de dos componentes que contienen el conjunto de las variables de salida. Ver figura 8.

La varianza explicada la asume en primera instancia ING_T_HAB. Luego se expresa el resto de la varianza no atrapada a través de INV_HAB. Los pesos de IMP_I_TRIB e IPU_IT, son tendientes a cero, en otras palabras no toman parte de la varianza, o su participación es mínima.

**V matrix of the U LAMBDA V'
decomposition**

ING_T_HAB	0,96550733	-
INV_HAB	0,260262733	0,965453782
IMP_I_TRIB	0,007362809	-
IPU_IT	-	-
	0,002166954	0,000625925

Figura 9. Varianza acumulada explicada a través de los componentes principales.

El componente integrado por las variables de salida se formula de la siguiente forma:

$$C_ING_T_HAB = 0.9655*ING_T_HAB + INV_HAB*0.2603 + IMP_I_TRIB - 0.0022*IPU_IT$$

Los valores de las variables se reemplazan para cada municipio.

Para el municipio de Belén de Umbría, el componente integrado ingresos tributarios por habitante, quedaría así:

$$C_ING_T_HAB_{BELEN\ DE\ UMBRIA} = 0.9655*1.5690 + 0.2603*0.2603 + 0.00736*0.1081\% - 0.0022*(-0.0840\%)$$

En la siguiente tabla se visualizan los resultados obtenidos por la transformación del sistema de representación.

Componente principal de los outputs transformada.

Tabla 22.**Composición integrada por los municipios de los outputs transformados.**

MUNICIPIOS	(O)ING_T_HAB	(O)INV_HAB	(O)IMP_I_TRIB	(O)IPU_IT
BELEN DE UMBRÍA	1,5690	0,2603	0,1081%	-0,0840%
ANSERMA	2,6675	0,3930	0,0698%	-0,0881%
MARQUETALIA	1,0314	0,7594	0,1730%	-0,0588%
MISTRATO	0,9655	0,7682	0,0603%	-0,0517%
SAN JOSE	2,8177	1,5814	0,0303%	-0,0700%
NOBSA	17,3160	1,5933	0,5406%	-0,0186%
ANAPOIMA	21,0794	3,1744	0,0526%	-0,1325%
COGUA	8,1094	1,7821	0,3236%	-0,0605%
COTA	64,9376	4,8458	0,4863%	-0,0287%
GACHANCIPÁ	9,5443	3,9680	0,1321%	-0,0371%
MARSELLA	1,0420	0,3653	0,1174%	-0,1103%
PALESTINA	5,6417	0,8443	0,0626%	-0,1010%
QUINCHIA	1,0659	0,3674	0,0643%	-0,0400%
EL RETIRO	18,5746	2,1522	0,0424%	-0,1211%
RIOSUCIO	1,7261	0,4662	0,0879%	-0,0787%
RISARALDA	1,3865	1,1050	0,0540%	-0,1025%
SONSON	5,4190	0,9131	0,4529%	-0,0246%
VITERBO	2,3603	0,6724	0,0672%	-0,0960%

En la correlación acumulada (ver figura siguiente) Se observa que el primer componente de las variables de salida explica el 93.01%, bien se podría explicar el comportamiento de las variables de salida con el primer componente sin perder información relevante contenida en el segundo componente.

Singular and eigenvalues for the SVD (U LAMBDA V')

Singular values	Eigen values	Cumulative % of Eigenvalues
3484878,519	1,21444E+13	93,01%
955070,9795	9,12161E+11	100,00%

Figura 10. Correlación acumulada por los componentes.

Un inconveniente que presenta el DEA es su capacidad para discriminar y por ende rankear o ponderar, ya que la misma disminuye cuando se trabaja con una gran cantidad de variables. Una regla que se sugiere aplicar para atenuar este efecto es que el número de unidades DMU sea superior al doble del producto del número de inputs por el número de outputs. Otro aspecto a realizar es que el subconjunto de inputs o/y outputs están altamente correlacionados.

Para disminuir la cantidad de variables y además buscar la menor correlación entre los mismos se utiliza el modelo de Análisis de las componentes principales (ACP). Este análisis estadístico permite obtener un nuevo conjunto de variables denominadas componentes principales, que son combinaciones lineales de las variables originales y se espera que resulte menor al conjunto inicial. El conjunto de componentes expresa el total de la información contenida en las variables originales.

Se consigue aumentar el factor de discriminación del análisis DEA, al formarse la frontera eficiente con un número menor de DMU, esto reduce el margen de error al considerar eficientes algunas DMUs que no lo son.

Existen dos formas básicas de aplicar el ACP:

- Método basado en la matriz de correlación: cuando los datos no son dimensionalmente homogéneos o el orden de magnitud de las variables aleatorias medidas no es el mismo.
- Método basado en la matriz de covarianzas: se usa cuando los datos son dimensionalmente homogéneos y presentan valores medios similares.

En este estudio se utilizó el método basado en la matriz de correlación.

Conjunto de datos transformados en componentes.

Tabla 23.

Datos transformados con ACP.

MUNICIPIOS	(I)TOT_ING_T	(O)ING_T_HAB
BELEN DE UMBRÍA	3,19932247	1,5690
ANSERMA	6,65555598	2,6675
MARQUETALIA	1,13657988	1,0314
MISTRATO	1,13979251	0,9655
SAN JOSE	1,57414886	2,8177
NOBSA	20,6072959	17,3160
ANAPOIMA	20,3212908	21,0794
COGUA	13,0823984	8,1094
COTA	116,577529	64,9376
GACHANCIPÁ	9,86933405	9,5443
MARSELLA	1,77104273	1,0420
PALESTINA	7,38469704	5,6417
QUINCHIA	2,6418707	1,0659
EL RETIRO	25,8447379	18,5746
RIOSUCIO	7,71926668	1,7261
RISARALDA	0,98857371	1,3865
SONSON	14,2500513	5,4190
VITERBO	2,17119677	2,3603

Tabla No. 24.**Municipios eficientes.**

No.	DMU	Score	Rank
5	SAN JOSE	1	1
7	ANAPOIMA	1	1
9	COTA	1	1
16	RISARALDA	1	1
10	GACHANCIPÁ	0,8758	5
6	NOBSA	0,8164	6
14	EL RETIRO	0,7872	7
18	VITERBO	0,6943	8
12	PALESTINA	0,6655	9
3	MARQUETALIA	0,5899	10
8	COGUA	0,5781	11
4	MISTRATO	0,5498	12
17	SONSON	0,3573	13
1	BELEN DE UMBRÍA	0,3565	14
11	MARSELLA	0,3462	15
2	ANSERMA	0,3434	16
13	QUINCHIA	0,2763	17
15	RIOSUCIO	0,1961	18

Al realizar el análisis de la eficiencia de los municipios con la información obtenida con el análisis de componentes principales se reduce de catorce unidades eficientes a cuatro. Es decir, hubo diez municipios que ya no se encuentran en la frontera de eficiencia. La conveniencia del ACP permite la reducción de las entradas y salidas, siendo más severo el análisis de eficiencia.

Ver Tabla 24.

Entre los diez municipios que dejaron de ser eficientes, se encuentra el municipio de Belén de Umbría, se ubica en la posición 14 en el nuevo ranking con los datos ya transformados a través de la técnica de componentes principales.

Las unidades (municipios) que alcanzan la eficiencia se aprecia en la proyección hacia la frontera eficiente que la diferencia porcentual es de cero, es decir, no les falta nada para seguir siendo eficiente. La excepción está en el municipio de Risaralda que aparece como eficiente pero aún le falta para continuar siendo eficiente 0.01.

En el caso del municipio de Belén de Umbría, le falta cerca al doble en el componente de salida en la proyección hacia la frontera eficiente. Ver figura N° 12.

La eficiencia para Belén de Umbría pasa de 100% a 35.65% con la transformación de los datos a través del análisis de los componentes principales. Ver figura N°12.

Con base en la medición de eficiencia relativa a través de la metodología de análisis envolvente de datos, se confronta con el nivel de inversión pública realizada para aceptar o rechazar la hipótesis: H_0 : “La eficiencia financiera y económica de los municipios de sexta categoría, caso municipio Belén de Umbría, corresponde al nivel de inversión pública realizada”.

Tabla 25

Comparación Gastos de Inversión per cápita vs Eficiencia con la aplicación del DEA – BBC orientada a outputs.

GASTO DE INVERSION POR HABITANTE AÑO 2015			EFICIENCIA ECONOMICA Y FINANCIERA AÑO 2015		
MUNICIPIO	VALOR	POSICIÓN	RANKING	MUNICIPIO	EFICIENCIA (%)
COTA	2.200.419	1	1	COTA	100,00%
GACHANCIPÁ	1.699.477	2	1	ANAPOIMA	100,00%
ANAPOIMA	1.480.042	3	1	SAN JOSE	100,00%
NOBSA	1.137.394	4	1	RISARALDA	100,00%
EL RETIRO	1.050.594	5	5	GACHANCIPÁ	87,58%
COGUA	1.049.277	6	6	NOBSA	81,64%
SONSON	626.149	7	7	EL RETIRO	78,72%
VITERBO	564.862	8	8	VITERBO	69,43%
SAN JOSE	315.347	9	9	PALESTINA	66,55%
PALESTINA	306.024	10	10	MARQUETALIA	58,99%
RISARALDA	300.144	11	11	COGUA	57,81%
MISTRATO	228.770	12	12	MISTRATO	54,98%
MARQUETALIA	203.283	13	13	SONSON	35,73%
MARSELLA	177.202	14	14	BELEN DE UMBRÍA	35,65%
ANSERMA	175.751	15	15	MARSELLA	34,62%
RIOSUCIO	171.386	16	16	ANSERMA	34,34%
QUINCHIA	144.355	17	17	QUINCHIA	27,63%
BELEN DE UMBRÍA	104.727	18	18	RIOSUCIO	19,61%

La hipótesis Ho:

- Se cumple para los municipios: COTA, ANAPOIMA, GACHANCIPA, NOBSA, VITERBO, MISTRATO, QUINCHIA. Es decir, de los 18 municipios de categoría 6, se alinean 7 municipios en la variable de salida inversión por habitante con el nivel de eficiencia relativa.
- De acuerdo a las inversiones por habitante, los primeros cinco municipios que más invierten por habitante, se encuentran entre los primeros siete municipios más eficientes. Los municipios son: COTA, GACHANCIPA, ANAPOIMA, NOBSA Y EL

RETIRO. Llama la atención que ninguno de estos municipios está incluido en el eje cafetero.

- Los municipios que presentan un acercamiento en el posicionamiento entre la inversión por habitante y eficiencia relativa son: PALESTINA, MARSELLA, ANSERMA Y RIOSUCIO. Todos corresponden a la zona cafetera.
- En términos globales de los 18 municipios, 11 están alineados entre la inversión per cápita y la eficiencia financiera.
- Hay siete municipios que distan en la ubicación de las inversiones y la medición de eficiencia.
- Lo anterior, induce a concretar que la hipótesis planteada, se cumple parcialmente.
- Es posible que el modelo se pueda ajustar con otra variable que no se contempló y es la variable influencia política. Esta afirmación nace de la casualidad de la ubicación geográfica de los dos grupos que están alineados entre la inversión y la eficiencia.

Los resultados obtenidos para el municipio de Belén de Umbría reflejan la ineficiencia provocada por el bajo recaudo de los principales impuestos (industria y comercio, predial unificado, entre otros) y la desactualización del estatuto de rentas y del catastro municipal; también influye la falta de medidas que permitan crear empresas y por lo tanto mejorar el ingreso per cápita de los pobladores, razón por la cual se deben tomar acciones administrativas que permitan al municipio ser eficiente.

Tabla 26.

Proyección de la frontera eficiente.

				ING_T_HAB		
No.	DMU	Score	Rank	Data	Projection	Diff.(%)
1	BELEN DE UMBRÍA	0,3565	14	1,5690	4,4008	180,483
2	ANSERMA	0,3434	16	2,6675	7,7676	191,191
3	MARQUETALIA	0,5899	10	1,0314	1,7483	69,512
4	MISTRATO	0,5498	12	0,9655	1,7561	81,886
5	SAN JOSE	1	1	2,8177	2,8177	0
6	NOBSA	0,8164	6	17,3160	21,2099	22,487
7	ANAPOIMA	1	1	21,0794	21,0794	0
8	COGUA	0,5781	11	8,1094	14,0280	72,985
9	COTA	1	1	64,9376	64,9377	0
10	GACHANCIPÁ	0,8758	5	9,5443	10,8981	14,185
11	MARSELLA	0,3462	15	1,0420	3,0095	188,824
12	PALESTINA	0,6655	9	5,6417	8,4778	50,27
13	QUINCHIA	0,2763	17	1,0659	3,8578	261,922
14	EL RETIRO	0,7872	7	18,5746	23,5962	27,035
15	RIOSUCIO	0,1961	18	1,7261	8,8037	410,037
16	RISARALDA	1	1	1,3865	1,3865	0,001
17	SONSON	0,3573	13	5,4190	15,1654	179,857
18	VITERBO	0,6943	8	2,3603	3,3993	44,023

Frontera Eficiente con datos Transformados.

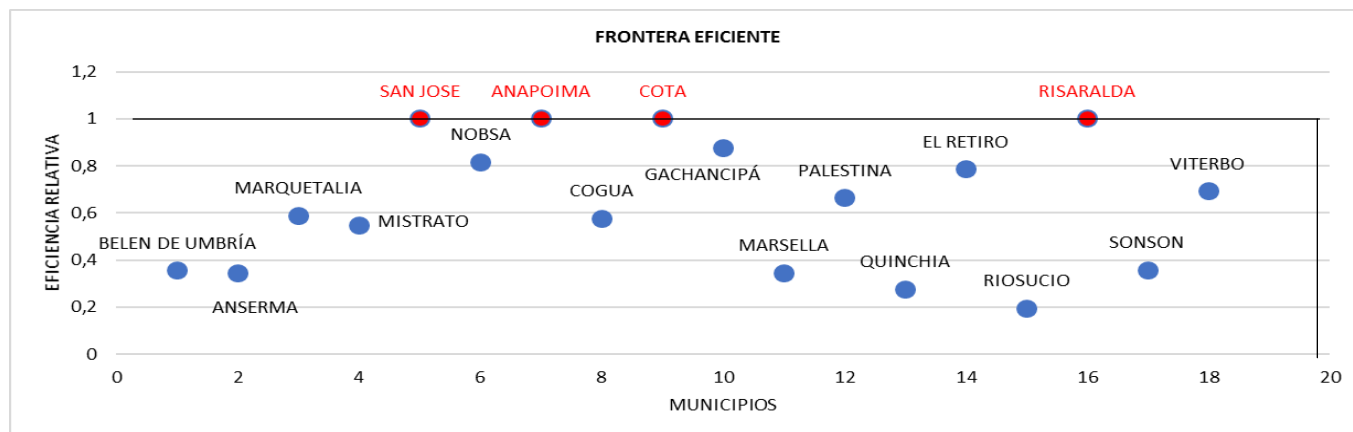


Figura 11. Frontera eficiente.

4.4. Análisis de Resultados del Municipio de Belén de Umbría.

Con el fin de sugerir un plan de mejoramiento, se aplica una matriz DOFA en la cual se formulan estrategias que permitan mejorar la eficiencia de la entidad territorial.

Matriz DOFA. Para la construcción de la matriz DOFA se emplearon varios mecanismos que permitieron evidenciar las Debilidades y Fortalezas, y las amenazas y oportunidades; primero se obtuvo información de primera mano, realizando entrevistas al Alcalde Municipal y a la Secretaria de Hacienda, obteniendo la visión institucional del Municipio. A partir de esta información se realizaron consultas de documentos estadísticos de la Gobernación de Risaralda y el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), y otros documentos estadísticos que permitieron analizar la situación del Municipio y construir la mencionada herramienta. Resultado del análisis cualitativo y cuantitativo al municipio de Belén de Umbría, se ha obtenido el siguiente resultado:

Tabla 27.

Matriz DOFA Municipio Belén de Umbría.

MATRIZ DOFA		
FACTORES INTERNOS FACTORES EXTERNOS	FORTALEZAS	DEBILIDADES
	1. Capacidad de generar recursos propios importantes para el Desarrollo Económico.	1. Dependencia de las transferencias Nacionales.
	2. Asociatividad de los productores y empresarios del municipio.	2. Ineficiencia en el Recaudo de los impuestos.
	3. Diversidad en los pisos térmicos y Recursos Naturales.	3. Bajas Remuneraciones a la mano de obra calificada y no calificada.
	4. Sector Comercial importante en la región	4. El Catastro base para el impuesto predial esta desactualizado.
		5. No se cuenta con los suficientes ingresos para cubrir los gastos de inversión para el fomento y desarrollo de la economía local.
OPORTUNIDADES	FO	DO
1. Se encuentra ubicada en el área de influencia de la Concesión Vial Pacifico III, que conectará a Medellín con el puerto de Buenaventura.	O1, O2 con F1. Establecer una zona industrial y comercial en el sector aledaño a la intersección con la Concesión Vial Pacifico III. Realizar un plan de Inversiones y ruedas de negocios	O1 con D1, D5. Realizar las modificaciones necesarias en el PBOT y en el estatuto de rentas para incentivar la inversión industrial y empresarial en la zona

	para atraer nuevas empresas.	aledaña a la Concesión Vial Pacífico III.
2. La TRM del USD se encuentra en niveles altos (en promedio en 2016 \$ 3.050.98 COP), lo que favorece el precio de los productos primarios.	O2, O3 con F1, F2 y F3. Potencializar la cultura asociativa del municipio y formular proyectos en generación de valor agregado de los productos (Transformación a través de la agroindustria) y de vocación exportadora, para aumentar los ingresos de los productores y la capacidad adquisitiva de los habitantes de Belén de Umbría).	O2, O3, O4 con D3, D5. Aprovechar los precios internacionales del café y el alto precio del USD (Dólar Estados Unidos) con respecto al COP (Peso Colombiano), para formular estrategias de legalización y estabilidad laboral.
3. El crecimiento del PIB de los departamentos que hacen parte del eje cafetero es superior al crecimiento del PIB Nacional.	O2 y O4 con F1, F2 y F3. Fortalecer el sector cafetero a través de la tecnificación de cultivos, asociatividad de pequeños productores, generación de valor agregado (Cafés especiales) y vocación exportadora.	O2, O3 y O4 con D1, D2, D4 y D5. Fortalecer el sector institucional para aumentar la eficiencia en el recaudo de los impuestos municipales.
4. El precio Internacional del Café se ha mantenido con precios relativamente altos.	O3 con F1 y F4. Fortalecer el sector comercial a través de estrategias que permitan posicionar a Belén como un referente comercial de la región. Mejorar la comunicación vial con el Municipio de Anserma (Socio potencial importante). Gestionar	

	la realización de la vía Puente Umbría - Los encuentros - Anserma.	
5. El Municipio se encuentra en la declaratoria de "Paisaje Cultural Cafetero" realizada por la UNESCO, en la cual están incluidos 47 municipios del eje cafetero y el Valle Del Cauca.	O1, O2 y O5 con F1 y F2. Fortalecer el sector turístico como alternativa a los municipios del departamento del Quindío, aprovechando su situación Geográfica, vías de acceso y diversidad de paisajes.	
AMENAZAS	FA	DA
1. Traslado de la mano de obra hacia la ciudad capital.	A1, A2 con F2 y F4. Fomentar la creación de nuevas asociaciones y nuevas empresas en el sector Agroindustrial y comercial con el fin de evitar que la población en edad productiva se traslade a otras ciudades y se genere un déficit en la mano de obra calificada y no calificada.	A1 y A2 con D3. Fomentar la capacitación de la población en edad productiva (procesos educativos técnicos, tecnológicos y profesionales) e incentivar el emprendimiento y creación de nuevas empresas.
2. Disminución del poder adquisitivo de sus habitantes por reforma tributaria y tasa de inflación.	A3 y A4 con F1, F2, F3 y F4. Realizar Alianzas Publico Privadas que permitan la creación de fondos de inversión para la financiación de empresas y asociaciones (Nuevas o Activas) a través de préstamos con tasas compensadas, aportes de capital	A3 y A4 con D1, D2, D4 y D5. Realizar la revisión del estatuto tributario y su aplicación, realizar la actualización catastral y el censo de establecimientos comerciales. Revisar la eficiencia en la aplicación

	semilla, entre otros.	de los diferentes tributos municipales.
3. Falta de inversión pública y privada para el fortalecimiento del sector productivo de la región.	A3 y A4 con F1, F2, F3 y F4. Formular una política pública de encadenamiento del proceso productivo y la generación de valor agregado, que permita garantizar el desarrollo eficiente de las diferentes etapas de dicho proceso.	
4. Incremento de las tasas de interés para la financiación de los proyectos productivos y las iniciativas empresariales.		

La Combinación de las diferentes estrategias planteadas en la Matriz DOFA, permitirá al Municipio de Belén de Umbría, mejorar los Recursos Propios necesarios para realizar una mayor inversión en la población y obtener un desarrollo sostenible de su territorio y sus pobladores.

Es importante revisar las estrategias que han utilizado otros municipios, que poseen condiciones similares (Población, área o superficie, cercanía a ciudades capitales, actividades económicas, etc.), para alcanzar niveles de eficiencia y desempeño fiscal que le permiten aumentar sus Ingresos Corrientes de Libre Destinación y por lo tanto el Gasto de inversión.

Capítulo 5.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones.

- Se utiliza la técnica de Biplot para analizar la correlación canónica entre las variables de entrada y las variables de salida. Gráficamente se aprecia el nivel de correlación y la incorrelación entre las variables.
- La técnica biplot facilita la apreciación de la similaridad y disimilitud entre las DMUs. En la gráfica se presentó la similaridad entre los municipios incluidos en el viejo Caldas. Se podría establecer la eficiencia de los municipios por regiones para una mayor homogeneidad de la información.
- Los resultados obtenidos con la aplicación del modelo de eficiencia (BCC-O), le permite a cada municipio conocer en qué medida deben incrementar sus outputs como son ingresos tributarios por habitante e inversiones por habitante. Además, se presenta para los municipios ineficientes, con cuales municipios se debe comparar y hacer benchmarking.
- El municipio de Belén de Umbría con los datos originales se ubica en la frontera eficiente junto con trece municipios más, en la población de 18 municipios.
- La condición que tiene el Análisis Envolvente de Datos de proporcionar un número de DMUs por encima del doble de la multiplicación de las entradas por las salidas. Es necesario complementar la técnica DEA con la técnica de Análisis de componentes principales (ACP).

- Con los datos transformados a través de la técnica ACP, presentó una reducción importante de DMUs eficientes, al reducir considerablemente de 14 a 4 unidades eficientes. Belén de Umbría presentó una ineficiencia de 180%.
- La hipótesis Ho: “La eficiencia financiera y económica de los municipios de sexta categoría, caso municipio Belén de Umbría, corresponde al nivel de inversión pública realizada”. Se cumple parcialmente al alinearse 11 municipios de 18 entre los municipios con mayor inversión per cápita con los municipios que presentan mayor eficiencia financiera.
- Entre los siete municipios con mayor eficiencia se encuentran los cinco municipios con mayor inversión por habitante.
- Los municipios con mayor inversión con relación al número de habitantes se encuentran en la zona oriente en los departamentos de Cundinamarca y Boyacá. Y Los municipios de la zona cafetera se aproximan en su eficiencia en el mismo orden que la inversión per cápita.
- Se evidencia que solo se requiere de un componente para explicar la varianza total, se ha nombrado C_TOT_ING_T (componente total ingresos tributarios), la relación entre el componente y las variables originales se formula a continuación:

$$C_TOT_ING_T = -6.8308E-12 * F_ILCD + 0.9885 * TOT_ING_T + 0.1507 * GASTOS_F - 2.228E-13$$

La composición del componente seleccionado por contener el 99.87% de la variabilidad está conformado por los inputs F_ICLD, TOT_ING_T, GASTOS_F, e ING_EJ_PR.

- La varianza explicada la asume en primera instancia ING_T_HAB. Luego se expresa el resto de la varianza no atrapada a través de INV_HAB. Los pesos de IMP_I_TRIB e IPU_IT, son tendientes a cero, en otras palabras no toman parte de la varianza, o su participación es mínima. El componente integrado por las variables de salida se formula de la siguiente forma:

$$C_ING_T_HAB = 0.9655*ING_T_HAB + INV_HAB*0.2603 + IMP_I_TRIB - 0.0022*IPU_IT$$

Recomendaciones.

- Además de las variables aquí analizadas, se deben incorporar las variables de tipo cualitativo como la influencia política.
- Expandir el modelo presentado en este estudio a otras áreas como el campo financiero. Enfocarse a la medición de la eficiencia empresarial a través de indicadores financieros estratégicos.
- Complementar los estudios elaborados por las áreas de producción en los campos de productividad, capacidad instalada y su impacto en la generación de ingresos para la empresa y la creación de valor.
- En el campo financiero y empresarial es necesario la apropiación del conocimiento en estadística y las matemáticas, por eso se anexa las lúdicas de análisis de componentes principales, análisis envolvente de datos, y la optimización.

Referencias

Anderson, R.E., Black, W.C., Hair, J.F., Tatham, R.L. (1999). Análisis Multivariante, Quinta Edición, Universidad Autónoma de Madrid.

Caballero, R., Galache, T., Gómez, T., Molina, J., Torrico, A. (2001). Asignaciones Presupuestarias y Eficiencia en Educación Superior Bajo Criterios Múltiples Universidad de Málaga. Disponible en <http://www.economicsofeducation.com/wp-content/uploads/murcia2001/E06.pdf>

Caves, D.W., Christensen, L.R., Diewert, W.E. (1982). The Economic Theory of Index and the Measurement of Input, Output and Productivity. *Econometría* Vol 50, No. 6; 1393-1414.

Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making unit, *European Journal of Operations Research*, 429-44.

DAFP, Departamento Administrativo de la Función Pública (2012, diciembre). Mejores Experiencias de Gestión de la Administración Pública Colombiana 2012 – 2011 – 2010.

DANE (2015), Departamento Administrativo Nacional de Estadística. Informe de coyuntura económica regional – Departamento de Risaralda. Disponible en https://www.dane.gov.co/files/icer/2015/ICER_Risaralda2015.pdf

DNP, Departamento Nacional de Planeación. Experiencias exitosas en Gestión Pública (2010). Gestión del Plan para resultados del desarrollo local.

DNP, Departamento Nacional de Planeación. Informe de desempeño fiscal 2013 (2014). Dirección de Desarrollo Territorial Sostenible.

Farrel, M.J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120: Part 3, 253-290.

García Galindo, G. (2009). Fortalecimiento de las finanzas públicas territoriales. Revista EAN. 65. P. 157 – 179.

Gobernación de Risaralda (2016), Consulta inventario de datos abiertos. Disponible en http://www.risaralda.gov.co/Publicaciones/datos_abiertos

Gómez R., C.A. (2004). El Presupuesto Público en la gestión eficiente de los municipios. Innovar Revista de ciencias administrativas y sociales No. 24.

Gómez Sancho, J.M. (2001). La Evaluación de la Eficiencia en las Universidades Públicas Españolas. Universitat de Lleida. Disponible en <http://www.economicsofeducation.com/wp-content/uploads/murcia2001/E01.pdf>

Herrera Llanos, W. (2002). Régimen Municipal en Colombia (Continuación del tema sobre organización territorial). Revista de Derecho - Universidad del Norte, 18: 214-274.
Iregui, A.M., Ramos J., Saavedra, L.A. (2001). Análisis de la descentralización Fiscal en Colombia.

Jorratt De Luis, M. (2010). Metodología para determinar el impacto de los gastos subnacionales en Colombia, Banco Interamericano de desarrollo #IDB-DP139.
Medal-Bartual, A., García Martín, C.J., Sala-Garrido, R. (2012): Efficiency analysis of small franchise enterprises through a DEA metafrontier model, The Service Industries Journal, 32:15, 2421-2423.

Mendoza Hernández, J. F. (2007). Gestión Financiera Publica, elementos para su estudio y aplicación. Universidad Externado de Colombia.

Moreno Corredor, L.A. (2009). El Ideal de las Finanzas Públicas Municipales, una propuesta desde una perspectiva estratégica. ed: eumednet ISBN: 13: 978-84-691-8557-v. 456 págs. 68.

Moreno Corredor, L.A. (2010). Alternativas de Financiamiento para los Entes Locales. Universidad Internacional de Andalucía.

Musgrave, R. (1959). Teoría de la Hacienda Pública. Versión en español: Aguilar S.A., 1969.

O'Donnell, C.J., Prasada Rao, D.S., Battese, G.E. (1998). An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis, Nueva York, Springer Science + Business Media, Inc.

O'Donnell, C.J., Prasada Rao, D.S., Battese, G.E. (2004). A Metafrontier production function for estimation of technical efficiencies and technology gaps for firm operating under different technologies. Journal of Productivity Analysis, 21, 91-203.

Pérez Alemán, Y. O., Araque Quijano, D. R., Lancheros, J.F. (2003). La Eficiencia Relativa en los Colegios Distritales de Bogotá: Un Aplicación del Análisis Envolvente de Datos. Universidad Javeriana. Disponible en <http://cuadernosadministración.javeriana.edu.co/pdfs/2-26.pdf>

Silva, J., Páez, P. N., Rodríguez, P. (2008). Finanzas Públicas Territoriales. Escuela Superior de Administración Pública.

Zapata, J.G. (2010). Las Finanzas Territoriales en Colombia. Debates Presidenciales, Fedesarrollo.

Anexos

Anexo 1. Medición de la Eficiencia del Desempeño Integral de los Municipios Año 2013.

Autor. Departamento Nacional de Planeación

Objetivo. Cumplir con las exigencias legales que en materia de seguimiento y evaluación establecen las Leyes 152 de 1994, 617 de 2000 y 715 de 2001, así como a los niveles nacional, departamental y municipal evaluar la gestión pública de los municipios, la toma de decisiones de política pública y de asignación de recursos con base en los resultados y la problemática local.

Resumen. La metodología evalúa la gestión municipal en cuatro componentes integrados (Ilustración 1): i) eficacia, ii) eficiencia, iii) cumplimiento de requisitos legales, y iv) gestión.

MODELO REPRESENTADO EN EL ARTICULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION
<p>La evaluación del Desempeño Integral de los municipios se desarrolla con base en el Índice de Desempeño Municipal, el cual resume el desempeño de las administraciones municipales desde una perspectiva integral con base en los resultados obtenidos en los componentes de Eficacia, Eficiencia, Gestión y Cumplimiento de Requisitos Legales. Dichos componentes reciben una ponderación de igual peso para cada uno, de forma que el indicador integral se calcula de acuerdo a la Ecuación 1.</p>	<p>Se analiza la información financiera y económica de los municipios.</p> <p>Se recopilan los estados financieros de los municipios categoría 6.</p> <p>Se analizan los estados financieros y su impacto social.</p> <p>Se determinan los inputs y los outputs de los estados financieros de los municipios para medir la eficiencia.</p>

Ecuación 1
Índice de Desempeño Integral Municipal - IDI

$$IDI = 0,25 \text{ Eficacia}_i + 0,25 \text{ Eficiencia}_i + 0,25 \text{ Requisitos Legales}_i + 0,25 \text{ Gestión}_i$$

Las calificaciones cercanas a 100 corresponden a los municipios de mejor desempeño, por ser los municipios que cumplen lo establecido en sus planes de desarrollo, consiguen la mayor cantidad de bienes y servicios en relación con los insumos que utilizan, cumplen a cabalidad lo estipulado en la Ley 715 de 2001 en cuanto a la ejecución de los recursos del SGP y tienen una alta capacidad de gestión administrativa y fiscal. Para facilitar la caracterización municipal los resultados de la medición se presentan por rangos de desempeño (Tabla 1).

Tabla 1
Rangos de calificación Desempeño Integral Municipal

Niveles de cumplimiento	Sobresaliente	Satisfactorio	Medio	Bajo	Crítico*
Rangos de cumplimiento	≥ 80	≥ 70 y < 80	≥ 60 y < 70	≥ 40 y < 60	<40

* Incluye los municipios sin información o no evaluables por inconsistencias.
Fuente: DNP-DDTS.

Básicamente, este proceso se caracteriza por la transformación de un conjunto de insumos para lograr la mayor producción y provisión de bienes y servicios que requieren la población y el territorio para satisfacer una demanda o dar respuesta a las causas concretas de un problema de tal forma que se transformen las condiciones iniciales de una cuestión determinada y se genere mayor valor público en términos de más bienestar, mayor prosperidad y mejor calidad

La ventaja del modelo propuesto por el Departamento nacional de planeación, es por consenso, con los gobernadores y alcaldes.

Las desventajas del modelo propuesto son:

Es arbitrario asumir un nivel de eficacia y eficiencia y demás variables del 25%.

Es inexistente la correlación de las variables que participan en el modelo empírico.

Es carente de la base de un modelo de ciencias básicas que ampare y soporte el procedimiento elaborado y los resultados obtenidos.

Es carente el tratamiento de información estadístico que se requiere para evitar la redundancia de información y los

Objetivo. Cumplir con las exigencias legales que en materia de seguimiento y evaluación establecen la ley 617 de 2000, y realizar un diagnóstico al desempeño de las administraciones territoriales en el ámbito de las finanzas públicas.

Resumen. La metodología precisa la clasificación de las cuentas de ejecución presupuestal en un formato coherente de operaciones efectivas de caja, que permite calcular el déficit y el monto de su financiamiento. Las cuentas de ingresos y gastos se clasifican según su destino económico en dos grupos: según sean para cubrir gastos recurrentes o para cubrir gastos de inversión.

MODELO REPRESENTADO EN EL ARTICULO	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION
<p>La evaluación del Desempeño Fiscal de los municipios permite realizar un análisis de las finanzas públicas territoriales, obteniendo resultados de su gestión en cuanto a la dependencia de las transferencias nacionales, la generación de recursos propios y la eficiencia en el funcionamiento.</p> <p>La metodología precisa la clasificación de las cuentas de ejecución presupuestal en un formato coherente de operaciones efectivas de caja, que permite calcular el déficit y el monto de su financiamiento. Las cuentas de ingresos y gastos se clasifican según su destino económico en dos grupos: según sean para cubrir gastos recurrentes o para cubrir gastos de inversión.</p>	<p>Se analiza la información financiera y económica de los municipios.</p> <p>Se recopilan los estados financieros de los municipios categoría 6.</p> <p>Se analizan los estados financieros y su impacto social.</p> <p>Se determinan los inputs y los outputs de los estados financieros de los municipios para medir la eficiencia.</p> <p>La ventaja del modelo propuesto por el Departamento nacional de planeación, es</p>

<p>La medición del Desempeño Fiscal conlleva a tratar un conjunto de variables correspondientes a cada categoría de las entidades. El objetivo metodológico es sintetizar el conjunto de aspectos en uno integral, el cual se denomina Índice de Desempeño Fiscal.</p> <p>El proceso de construcción del indicador total de desempeño se puede resumir de la siguiente manera:</p> <p>Determinación de una medida del sector que sintetice el grupo de variables que lo conforman, a partir del análisis de componentes principales. Formalmente para el sector y sus k variables, el indicador será:</p> <p>Indicador del sector fiscal: $I_i = f(\alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k)$</p> <p>Es necesario “direccionar” las variables de forma tal que, a medida que el valor de cada una de las variables se incrementa su importancia también lo hace. Por su parte, los indicadores sintéticos obtenidos necesitan ser llevados a una escala que haga fácil su comprensión, aplicación e interpretación. Esta tipificación se logra cambiando la escala, de tal manera que el rango posible de valores entre el cual se encuentre, sea de 0 a 100 puntos. Este</p>	<p>el análisis de la situación financiera desde la estructura de la ejecución del Presupuesto Público.</p> <p>Las desventajas del modelo propuesto son:</p> <p>Asumir el costo de recursos humanos y otras herramientas de gestión, como gastos de inversión.</p> <p>No se analiza la correlación de las variables utilizadas para calcular los indicadores de cada sector fiscal.</p> <p>Es carente el tratamiento de información estadístico que se requiere para evitar la redundancia de información y los elementos de análisis de los resultados obtenidos.</p> <p>Los resultados no brindan herramientas para el mejoramiento de la situación</p>
--	--

<p>cambio de escala no modifica el ordenamiento que se logre con el índice inicial, de tal manera que valores cercanos a cero siguen significando un menor desempeño, mientras que valores cercanos a 100 lo contrario.</p> <p>La calificación final se calcula de la siguiente forma:</p> $Calificación_i = \alpha_1 * X_1 + \alpha_2 * X_2 + \alpha_3 * X_3 + \alpha_4 * X_4 + \alpha_5 * X_5 + \alpha_6 * X_6$ <p>Donde,</p> <p>i: 1, 2,.....1101 municipios.</p> <p>α_i: 1,2,...6 ponderadores estimados de cada uno de los indicadores calculados.</p> <p>X_i: 1,2,...6. Numero de indicadores incluidos en la evaluación.</p> <p>Una vez realizado el cálculo de seis indicadores de gestión financiera, se hace una agregación en un indicador sintético con un escalafón (“ranking”) de desempeño a partir de este índice agregado. El indicador sintético mide globalmente el resultado fiscal alcanzado en cada año y se encuentra en una escala de 0 a 100, donde valores cercanos a 0 reflejan bajo desempeño fiscal.</p>	<p>financiera de los municipios ni ofrece acciones puntuales a desarrollar.</p> <p>El trabajo propuesto brinda herramientas de análisis de la estructura del Presupuesto Público y las acciones a realizar de acuerdo a las tendencias observadas.</p>
--	--

Criterio de búsqueda: MEDICION DE LA EFICIENCIA FISCAL A LOS MUNICIPIOS

Meta buscador: [http:// www.google.com](http://www.google.com)

Frase: +eficiencia + fiscal + municipios

Dirección URL: <https://www.dnp.gov.co/programas/desarrollo-territorial/evaluacion-y-seguimiento-de-la-descentralizacion/Paginas/desempeno-fiscal.aspx>

Anexo 3.

Esfuerzo Fiscal de los Municipios aragoneses desde un enfoque de frontera Estocástica.

Autor: Vallés Giménez, Jaime; Zárata Marco, Anabel

Objetivo: Realizar una aproximación al esfuerzo fiscal de los municipios en España, para saber qué capacidad fiscal están efectivamente ejerciendo y si tienen posibilidades de elevar su recaudación más allá de su nivel actual. Se define el esfuerzo fiscal como la relación entre la capacidad fiscal realmente obtenida y la capacidad fiscal potencial del municipio, estimando esta última mediante un análisis de frontera estocástica en función de aspectos vinculados con el nivel de actividad económica del municipio, las bases fiscales de sus diversos impuestos, y aspectos demográficos que pueden influir en su capacidad para obtener recursos tributarios.

Resumen. La actual crisis financiera y las convulsiones presupuestarias que están sufriendo los gobiernos locales han hecho que nos preguntemos por el margen de maniobra del que disponen dichas jurisdicciones para incrementar su recaudación y así poder lograr los objetivos tan exigentes de estabilidad presupuestaria en los que se encuentra inmersa España. Para dar respuesta a dicha cuestión, hemos recurrido al cálculo de la frontera estocástica de la capacidad fiscal potencial de los municipios, y hemos construido a partir de ella índices de esfuerzo fiscal comparando las recaudaciones reales con la potencial así estimada. Nuestro trabajo es así uno de los primeros en utilizar esta metodología para la determinación del esfuerzo fiscal, y constituye la primera aplicación para el caso de municipios españoles, concretamente aragoneses. La evidencia empírica alcanzada para el caso español permite señalar que existe un

amplio margen de maniobra para incrementar la recaudación, aconseja minimizar los riesgos vinculados con la discrecionalidad que presentan algunas figuras tributarias y alerta del excesivo uso que se ha realizado de la tributación asociada al sector de la construcción durante el boom inmobiliario.

MODELO REPRESENTADO EN LA PONENCIA	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION
<p>El esfuerzo fiscal se define como el cociente entre la recaudación real y potencial, y nos permite aproximarnos al grado en que una jurisdicción hace uso de su capacidad fiscal. Como numerador se utiliza generalmente un indicador de presión fiscal, que puede calcularse para cualquier nivel de gobierno poniendo en relación el conjunto de impuestos recaudados en su territorio (o un tipo específico de tributos, como la imposición sobre la propiedad o las ventas) con su renta. Como denominador, la mayor parte de la literatura internacional que se ha ocupado de la comparación del esfuerzo tributario que realizan los gobiernos ha utilizado una medida de capacidad fiscal que deriva de un análisis de regresión por OLS, aunque recientemente se ha propuesto utilizar una medida de capacidad fiscal estimada a partir de un análisis de frontera estocástica.</p> <p>El desarrollo de una frontera fiscal es muy similar a la formulación de una frontera de producción, ya que la presión fiscal puede ser considerada como el output de la política de los gobiernos locales, que puede obtenerse a partir de una serie de inputs como la renta, las bases</p>	<p>El modelo propuesto estudia otros factores, además del esfuerzo fiscal, observando la dependencia e independencia de las diferentes variables consideradas como inputs y outputs.</p> <p>En el trabajo presentado en la ponencia, expresa el potencial fiscal no utilizado y no puede verse como medida de ineficiencia, debido a la dependencia de otros factores en la consideración de esta medida.</p> <p>Este trabajo concluye que la evidencia empírica alcanzada para el caso español permite señalar que existe un amplio margen de maniobra para incrementar la recaudación, se aconseja</p>

fiscales, etc. En teoría, debido a las similitudes que hay entre los problemas que tienen las empresas para la producción de su output y los que tienen los gobiernos para la generación de ingresos tributarios, así como al hecho de que ambos tipos de agentes se preocupan por la producción o tributación potencial que no es conseguida, y que generalmente es considerada como ineficiencia, la aplicación de la frontera estocástica debería funcionar bien en la estimación de la frontera fiscal.

Sea $y = f(x_1, \dots, x_k, \beta)$, donde y es el output producido, x_1, \dots, x_k son los inputs utilizados, y β es el vector de parámetros a estimar y que asocia insumos con output. Si asumimos que esta función de producción es del tipo Cobb-Douglas, el modelo econométrico de frontera estocástico con el que se buscaría maximizar el output, dados unos inputs, sería $y = e^{\beta_0} x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \dots x_k^{\beta_k} e^{\varepsilon}$, con $\varepsilon = v - u$, $u \geq 0$ y v podría tomar cualquier valor, por lo que la distribución del término de error, ε_i , sería no simétrica. El nivel eficiente de producción de la frontera estimada excluiría el término de ineficiencia u y, por tanto, se representaría como $y^f = e^{\beta_0} x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \dots x_k^{\beta_k} e^v$. De esta manera, la ratio entre el nivel de producción, y , y la nueva derivación de la frontera, y^f , indicaría el grado de eficiencia técnica de la producción empresarial, $ET = y/y^f = e^{-u}$, de manera que si la ineficiencia $u = 0$, la producción estará en la frontera, $y = y^f$, y la eficiencia técnica $ET = 1$, mientras que si $u > 0$, $0 \leq ET < 1$, estando ET más próxima a cero cuanto mayor sea la ineficiencia técnica u , que está causada por factores que están bajo el control empresarial.

minimizar los riesgos vinculados con la discrecionalidad que presentan algunas figuras tributarias y alerta del excesivo uso que se ha realizado de la tributación asociada al sector de la construcción.

De esta manera, el esfuerzo fiscal o ratio entre el nivel de recaudación de una jurisdicción y su recaudación potencial o frontera, no sería otra cosa que el grado de eficiencia técnica de la recaudación de la jurisdicción. La versión para datos de panel del modelo de frontera fiscal podría representarse con la siguiente expresión en logaritmos:

$\ln TAXINC_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k \ln_{kit} + v_{it} - u_{it}$, con $u_i \geq 0$, y v pudiendo tomar cualquier valor.

Donde $\ln TAXINC_{it}$ será el logaritmo de la recaudación tributaria respecto de la renta local del municipio i en el año t , con $i = 1, 2, \dots, N$ y $t = 1, 2, \dots, T$; \ln_{kit} , representa un vector de valores correspondientes a indicadores de capacidad fiscal y otras variables relevantes (todas expresadas en logaritmos) para la explicación de la capacidad fiscal del municipio i en el año t ; β_k corresponde a un vector de parámetros por estimar y β_0 es la constante común a todos los municipios en el año t , con lo cual $\beta_{it} = (\beta_0 - u_{it})$ denota una constante específica para el municipio i y el año t .

Criterio de búsqueda: MEDICION DE LA EFICIENCIA DE LOS MUNICIPIOS A TRAVES DE LA FRONTERA ECONOMETRICA.

Meta buscador: <https://scholar.google.es>

Frase: + medición + eficiencia + municipios + frontera + econométrica

Dirección URL: <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/30566>

Anexo 4.

Estructuración de los factores de éxito en la administración de tributos locales para el Municipio de Rionegro alineado al modelo de la organización para la cooperación y el desarrollo económico – OCDE.

Autor: Paulina Espinosa Rodríguez, Ángela Piedad Soto Marín

Objetivo: Estructurar el modelo tributario extensivo de la OCDE (Organización de Cooperación y Desarrollo Económico), como experiencia de éxito en la Administración Tributaria Local, ajustado al Municipio de Rionegro – Antioquia – Colombia, en el marco de los principios rectores de la gestión tributaria territorial.

Resumen. La propuesta de este trabajo de investigación comienza con un diagnóstico del estado actual de la Administración Tributaria Local del Municipio de Rionegro, Antioquia, alineando los factores descritos en el modelo de la OCDE a este organismo público, y la forma como puede generar efectos positivos sobre la administración de sus ingresos corrientes, que son la fuente de financiamiento de los municipios que permite invertir en su desarrollo y propicia la inversión social.

La implementación del modelo será la fase en la cual se pueda obtener la evidencia de los resultados obtenidos, por medio de mediciones externas que se realicen al proceso de administración tributaria en particular y desempeño fiscal e integral, por su puesto basado en los indicadores y su comportamiento, esperando que los resultados demuestren una administración exitosa basada en uno de los modelos vigentes y al cual esperamos se puedan irradiar en los demás municipios de nuestro Departamento y Nación. Esta suma de esfuerzos debe propiciar un ambiente que apoye la gestión de las Entidades Territoriales, y contribuya a una menor dependencia del gobierno nacional, como mecanismo de control al gasto público o como

incentivo a los territorios que cumplen de manera ordenada sus mandatos constitucionales y legales en lo que tiene que ver con gestión sus ingresos públicos.

MODELO REPRESENTADO EN LA TESIS	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION
<p>La Administración Municipal diseña, lidera e implementa un conjunto de instrumentos, bajo las competencias que le confiere la Ley, tanto las provenientes desde el nivel nacional como local, para promover los principios de equidad, eficiencia en el recaudo, progresividad y transparencia; y propiciar el fortalecimiento de la administración de los tributos y rentas municipales, de acuerdo con la normatividad tributaria vigente, con el propósito de garantizar recursos para financiar el Plan de Desarrollo Municipal y dar la atención a los ciudadanos en los derechos y obligaciones tributarias que les corresponden.</p> <p>Esta política orientará el desarrollo de planes, programas y proyectos tributarios específicos, y dispondrá de un sistema de seguimiento y evaluación que permitan dar cuenta de sus avances, siempre en relación con el cumplimiento de los principios éticos del Municipio, la misión de la Secretaría de Hacienda y los objetivos y metas del Plan de Desarrollo.</p> <p>Para el diseño de la propuesta se han tenido en cuenta los siguientes instrumentos para el</p>	<p>El modelo propuesto en la tesis, muestra aspectos muy relevantes a la hora de realizar un óptimo recaudo de los tributos municipales, lo cual puede brindar una herramienta fundamental a los municipios al buscar la independencia de los recursos de las transferencias nacionales y la generación de mayores ingresos para la inversión.</p> <p>El problema de este modelo radica en la discrecionalidad de los gobernantes para la aplicación de los instrumentos de gestión y de control.</p> <p>El modelo propuesto en el presente trabajo, realiza un diagnóstico de las diferentes variables, evidenciando la eficiencia de las entidades y sugiriendo cuales áreas se deben reforzar con mayor dedicación.</p> <p>En el modelo propuesto, se toma el caso de varias entradas y varias salidas la expresión matemática es: Queremos medir la producción para unos recursos dados y compararlos con otras DMU's. Se define "Factor de Productividad Total" (Total Factor Productivity) como la productividad</p>

desarrollo de la Política Tributaria:

- Cultura Tributaria.
- Estatuto Tributario.
- Planeación estratégica.
- Programas de fiscalización.
- Sistema de gestión de la calidad.
- Sistematización en el manejo de las rentas.
- Gestión del Talento Humano.
- Publicidad de las actuaciones de la Administración Tributaria Municipal.

Además se propone un modelo de gestión para la implementación, seguimiento y evaluación de la política tributaria, con los siguientes componentes:

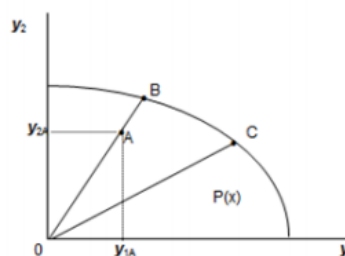
- Indicadores de gestión.
- Mecanismos de integración.
- Acciones correctivas, preventivas y de mejoramiento.

El éxito de la implementación de estas estrategias depende en gran medida de la voluntad de las administraciones territoriales de asumir las consecuencias que las reformas financieras causan sobre las personas que emprenden de manera decidida proyectos tendientes a incrementar los ingresos de las entidades, por supuesto en desventaja de los administrados, quienes deben asumir la obligación de contribuir con el financiamiento del estado dentro de los conceptos de justicia y

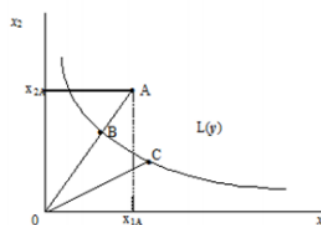
que envuelve a todos los factores de producción.

$$S = \{(\vec{x}, \vec{y}): \vec{x} \text{ produce } \vec{y}\}$$

La función de producción tiene la relación máxima posible para un conjunto de entradas. Es necesario definir la función distancia para las medidas de eficiencias:



Función orientada a la entrada



Función orientada a la salida

Donde los términos, son respectivamente los pesos correspondientes a cada entrada y salida.

equidad.	
----------	--

Criterio de búsqueda: Experiencias exitosas en el desempeño fiscal de los municipios.

Meta buscador: <https://scholar.google.es>

Frase: + experiencias + exitosas + desempeño + fiscal + municipio

Dirección URL:

[http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/1216/Estructuraci%C3%B3n%20de%20los%20factores%20de%20C3%A9xito%20en%20la%20administraci%C3%B3n%20de%20tributos%20locales%20para%20el%20municipio%20de%20Rionegro%20alineado%20al%20modelo%20de%20la%20Organizaci%](http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/1216/Estructuraci%C3%B3n%20de%20los%20factores%20de%20C3%A9xito%20en%20la%20administraci%C3%B3n%20de%20tributos%20locales%20para%20el%20municipio%20de%20Rionegro%20alineado%20al%20modelo%20de%20la%20Organizaci%20)

Anexo 5.

Modelos DEA de metafrontera: un análisis temporal usando el índice de Malmquist.

Autor: Juan Manuel Saborido Bermejo.

Objetivo: profundizar en el concepto de Metafrontera a través del estudio temporal de las envolventes de producción a lo largo de un periodo de tiempo con una herramienta denominada Índice de Malmquist.

Resumen. La propuesta de este trabajo de investigación comienza con una descripción de los principales modelos para medir la eficiencia relativa. Posteriormente incluye el índice de malmquist para utilizar modelos heterogéneos.

El Índice Malmquist hace uso de la función distancia para medir los cambios en la productividad. Puede ser definido tanto en orientación de salida como de entrada. Esta herramienta fue propuesta por primera vez por Caves, Christensen y Diewert en 1982. [Caves et. al. (1982)] Para la envolvente en el periodo t , formulada con orientación de salida, se define:

$$m_0^t(\overline{y}_t, \overline{y}_{t+1}, \overline{x}_t, \overline{x}_{t+1}) = \frac{d_0^t(\overline{y}_{t+1}, \overline{x}_{t+1})}{d_0^t(\overline{y}_t, \overline{x}_t)}$$

Para el periodo t+1:

$$m_0^{t+1}(\overline{y}_t, \overline{y}_{t+1}, \overline{x}_t, \overline{x}_{t+1}) = \frac{d_0^{t+1}(\overline{y}_{t+1}, \overline{x}_{t+1})}{d_0^{t+1}(\overline{y}_t, \overline{x}_t)}$$

Hay que remarcar que el Índice Malmquist de productividad depende de la formulación de problemas de programación lineal. En la mayoría de la literatura, se formula como orientación de entrada. En este trabajo se formula como orientación de salida y bajo la consideración de retornos de escala constante.

MODELO REPRESENTADO EN LA TESIS	MODELO PROPUESTO EN ESTE TRABAJO DE INVESTIGACION
<p>El modelo propuesto impone la condición de que el vector λ sume 1.</p> <hr/> $d_0^t(\overline{y}_t, \overline{x}_t)^{-1} = \text{Max } \gamma_{j,t}^t$ <p style="text-align: center;">s.a.</p> $\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij,t} \leq x_{ij,t} \quad (i=1,2,\dots,m)$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj,t} \geq \gamma_{j,t}^t y_{kj,t} \quad (k=1,2,\dots,s)$ $\lambda_j \geq 0 \quad \forall j$ $\gamma_{j,t}^t \text{ libre}$ <hr/> <p>El exponente -1 de la función distancia, se corresponde a que al ser de orientación de salida, se tiene que la eficiencia técnica se corresponde con la inversa de la solución del modelo. Se mide la eficiencia técnica que alcanza la DMU en el periodo t para la envolvente de dicho periodo. Para una DMU en</p>	<p>En este proyecto se desarrolla el concepto de metafrontera y la innovadora aplicación del análisis temporal de las envolventes generadas en dos periodos temporales distintos.</p> <p>Por una parte, con el modelo de metafrontera se busca estudiar diferentes tipos de eficiencias entre empresas o DMU's.</p> <p>La metafrontera se define como el límite para un grupo ilimitado de tecnologías. Un grupo de empresas que operan con pocos recursos o bajo una alta atmósfera de producción reglada, pueden sólo tener</p>

el periodo t+1 evaluada en la envolvente t, se tiene que resolver el siguiente problema lineal.

$$d_0^t(\bar{y}_{t+1}, \bar{x}_{t+1})^{-1} = \text{Max } \gamma_{j,t+1}^t$$

s.a.,

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij,t} \leq x_{ij,t+1} \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj,t} \geq \gamma_{j,t+1}^t y_{kj,t+1} \quad (k=1,2,\dots,s)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j$$

$$\gamma_{j,t+1}^t \text{ libre}$$

La eficiencia medida para una DMU en el periodo t respecto la envolvente del periodo t+1, responde a:

$$d_0^{t+1}(\bar{y}_t, \bar{x}_t)^{-1} = \text{Max } \gamma_{j,t}^{t+1}$$

s.a.,

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij,t+1} \leq x_{ij,t} \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj,t+1} \geq \gamma_{j,t}^{t+1} y_{kj,t} \quad (k=1,2,\dots,s)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j$$

$$\gamma_{j,t}^{t+1} \text{ libre}$$

Una vez aplicada la definición del índice de Malmquist,

$M_j > 1$ nos indica que se tiene un retroceso en la productividad. En este caso, al ser de orientación de salida, la interpretación se invierte.

$M_j < 1$ se experimenta un aumento de la productividad (viceversa para output)

Para analizar con más detalle la información que nos proporciona esta herramienta, el índice

acceso (pertenecer) a un conjunto limitado de tecnologías. Así nos referimos al conjunto de grupo de fronteras.

La medida de la proximidad de un grupo de fronteras a la metafrontera, ya sea usando la aproximación convexa o no, se consigue con la definición del ratio metatecnológico.

La capacidad de medir ese espacio entre grupo de fronteras y metafrontera es de especial interés para gestores y políticos, ya que permiten medir el potencial de mejora en el rendimiento según los ámbitos introducidos en un sistema productivo.

Los gobiernos pueden cambiar el clima productivo invirtiendo en material educativo, estimulando los mercados inyectando liquidez, optimizando el aprovisionamiento de hospitales.

Los gestores privados, tienen la capacidad de modificar los sistemas productivos, deslocalizar operaciones, simplificando la gestión de inventarios.

La programación lineal que se usa en la construcción del DEA-metafrontera nos muestra la máxima eficiencia para la DMU's asignándole el valor unidad,

se puede descomponer en dos términos:

$$M_j(\bar{y}_t, \bar{y}_{t+1}, \bar{x}_t, \bar{x}_{t+1}) = \frac{d_0^{t+1}(\bar{y}_{t+1}, \bar{x}_{t+1})}{d_0^t(\bar{y}_t, \bar{x}_t)} \left[\frac{d_0^t(\bar{y}_{t+1}, \bar{x}_{t+1})}{d_0^t(\bar{y}_t, \bar{x}_t)} \frac{d_0^t(\bar{y}_t, \bar{x}_t)}{d_0^{t+1}(\bar{y}_t, \bar{x}_t)} \right]^{0.5}$$

Esto se repite para cada DMU en cada periodo. La formulación de Malmquist para retornos de escala constantes coincide tanto para orientación de salida como de entrada. Al analizar esto bajo retornos de escala variables, puede no tener una solución posible. Esto se debe, a parte de las dificultades intrínsecas de las medidas entre la productividad y los retornos de escala variables, y a las dificultades de cálculo a la hora de medir distancias en VRS (en los casos en los que necesitemos una aproximación rectangular.

mientras que a las unidades ineficientes las clasifica en un intervalo $[0, 1)$.

Frente a la propuesta se espera marcar una diferencia sustancial al involucrar el análisis de regresión múltiple. Se presenta el análisis de correlación canónica para establecer la correlación entre un conjunto de variables de entrada y un conjunto de variables de salida. Además, para simplificar el modelo, se utilizará el análisis de componentes principales y tratar de simplificar el número de variables input y output.

Sin perder calidad de la información, pero si evitar el caso de información redundante.

Criterio de búsqueda: Método dea complementado con el índice de malmquist

Meta buscador: <https://google.es>

Frase: modelos DEA

Dirección URL:

<http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/5291/fichero/MODELOS+DEA+DE+METAFRONT ERA.pdf>

Anexo 6.

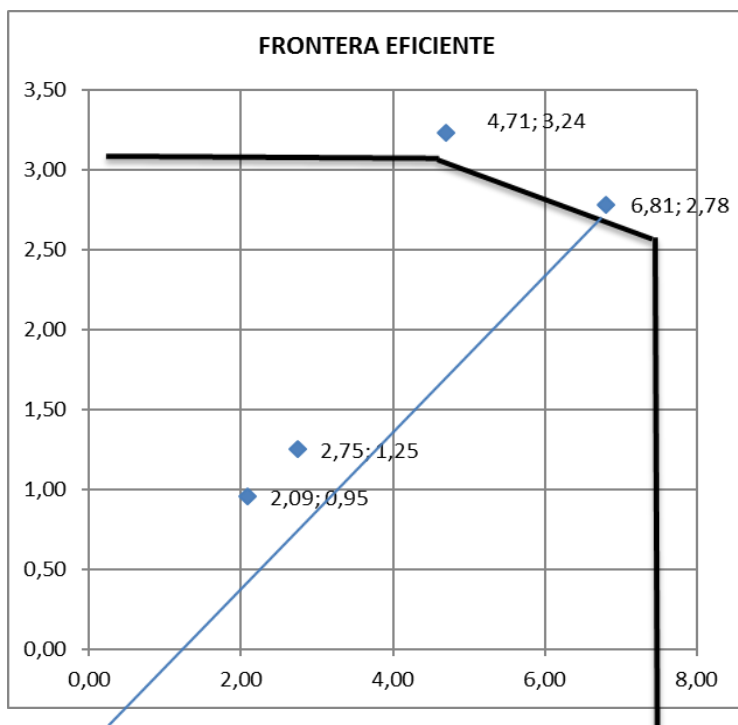
Ejemplo numérico de DEA

1 Un input y un output

CENTRO DE COSTOS	INPUT MINUTO (MILES)	OUPUT PIÑONES	RAZON PIÑ/MIN	EFICIENCIA RELATIVA
TORNEADO	36	245	6,81	100,00%
FRESADO	32	88	2,75	40,41%
PULIDO	34	160	4,71	69,15%
PINTURA	22	46	2,09	30,72%

2 Un input y varios output

CENTRO DE COSTOS	INPUT MINUTO (MILES)	OUPUT PIÑONES	OUPUT PRODUCTOS VARIOS	RAZON PIÑ/MIN	RAZON VAR/MIN	EFICIENCIA RELATIVA CC/TORNEADO	EFICIENCIA RELATIVA CC/PULIDO
TORNEADO	36	245	100	6,81	2,78	100,00%	85,86%
FRESADO	32	88	40	2,75	1,25	40,41%	38,64%
PULIDO	34	160	110	4,71	3,24	69,15%	100,00%
PINTURA	22	46	21	2,09	0,95	30,72%	29,50%



Ejemplo 2 Numérico DEA. La eficiencia para cada unidad. Las variables a considerar

son:

OUTPUT	Y ₁	Número mensual de clientes atendidos en el área comercial
	Y ₂	Número de créditos financieros liquidados en el área de créditos
INPUT	X ₁	Número de empleados en cada unidad estratégica de negocios

Los datos que disponen son reflejados en la siguiente tabla:

UNIDAD ESTRATEGICA DE NEGOCIOS	NUMERO DE EMPLEADOS (X_1)	NUMERO DE CLIENTES (Y_1)	NUMERO DE CREDITOS (Y_1)
A	10	15	40
B	14	28	42
C	16	24	48
D	16	40	16
E	10	35	30
F	20	40	30

Se pueden considerar dos indicadores:

Y_1 / X_1	Numero de clientes con relacion al numero de empleados
Y_2 / X_1	Número de créditos relacionados con el número de empleados

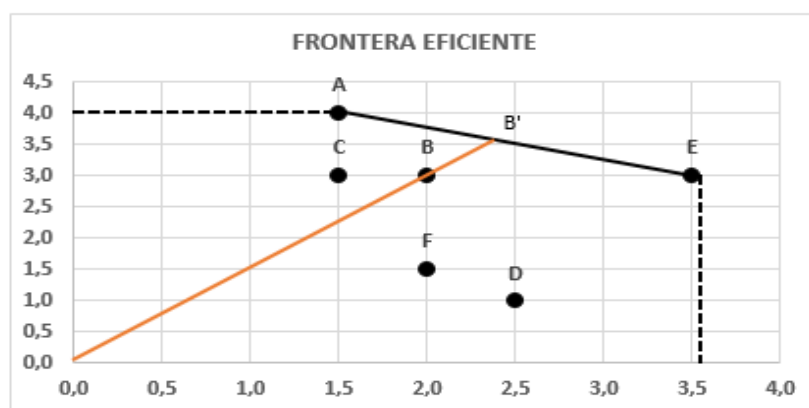
Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

UNIDAD ESTRATEGICA DE NEGOCIOS	NUMERO DE CLIENTES POR EMPLEADO (Y_1 / X_1)	NUMERO DE CREDITOS POR EMPLEADO (Y_2 / X_1)
A	1,5	4
B	2	3
C	1,5	3
D	2,5	1
E	3,5	3
F	2	1,5

En la tabla anterior se manifiesta la unidad estratégica E es la que obtiene el mayor rendimiento en lo relacionado a número de clientes atendidos por cada empleado.

En lo relacionado con el número de créditos por empleado, se destaca la unidad estratégica A.

A continuación, se presenta la gráfica con los datos relacionados en la tabla anterior



Recta entre A y E es la frontera eficiente

Las unidades A y E son eficientes técnicamente: $ET_A = 1$ y $ET_E = 1$

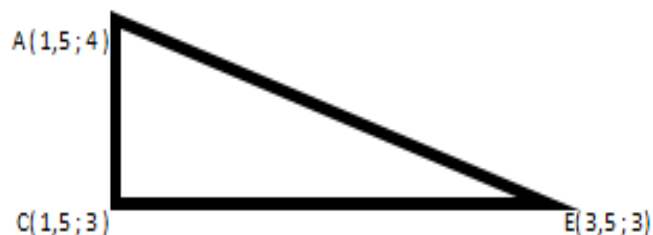
Las unidades C, B, F, D son consideradas ineficientes técnicamente, se aprecia que permanecen debajo de la frontera eficiente

Ejemplo de cálculo del nivel de eficiencia de la unidad estratégica B

$$EFICIENCIA\ TÉCNICA_{UNIDAD\ ESTRATEGICA\ DE\ NEGOCIOS\ B} = \frac{OB}{OB'}$$

Para realizar el respectivo cálculo, es necesario conocer las coordenadas de B', porque las de B ya se conocen B(2;3)

Se toman las coordenadas de los puntos que forman el triángulo CAE (Δ) para hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos AE

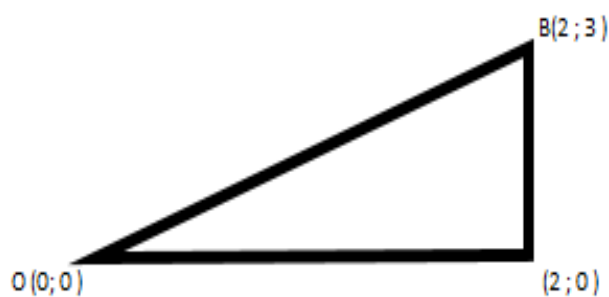


$$\text{PENDIENTE (M)} = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} = \frac{(4 - 3)}{(1,5 - 3,5)} = -0,5$$

La ecuación general de la recta es $Y = A + B \cdot X$

Reemplazando en el punto E se tiene $3 = A - 0,5 \cdot 3,5 \Rightarrow A = 4,75 \Rightarrow Y = 4,75 - 0,5 \cdot X$

Ahora se establece la ecuación de la recta que parte del origen (0) y pasa por el punto (B) y corta a la frontera eficiente en el punto (B')



$$\text{PENDIENTE (M)} = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(X_2 - X_1)} = \frac{(3 - 0)}{(2 - 0)} = +1,5$$

UNIDAD ESTRATEGICA DE NEGOCIOS	EFICIENCIA TÉCNICA RELATIVA EN %
A	100,00%
B	84,21%
C	78,95%
D	71,43%
E	100,00%
F	57,14%

Anexo 7.

DEA Ejemplo Software

Datos

UNIDAD ESTRATEGICA DE NEGOCIOS	(I)NUMERO DE EMPLEADOS (X_1)	(O)NUMERO DE CLIENTES (Y_1)	(O)NUMERO DE CREDITOS (Y_1)
A	10	15	40
B	14	28	42
C	16	24	48
D	16	40	16
E	10	35	30
F	20	40	30

score

Model Name = CCR-O

No.	DMU	Score	Rank	Reference set (lambda)			
1	A	1,0000	1	A	1,0000		
2	B	0,8421	3	A	0,7875	E	0,61250
3	C	0,7895	4	A	1,2800	E	0,32000
4	D	0,7143	5	E	1,6000		
5	E	1,0000	1	E	1,0000		
6	F	0,5714	6	E	2,0000		

Proyección

In Rank order

Rank	DMU	Score
1	E	1,0000
1	A	1,0000
3	B	0,8421
4	C	0,7895
5	D	0,7143
6	F	0,5714

No.	DMU I/O	Score Data	Projection	Difference	%
1	A	1			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	10	10	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	15	15	0	0,00%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	40	40	0	0,00%
2	B	0,842			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	14	14	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	28	33,25	5,25	18,75%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	42	49,875	7,875	18,75%
3	C	0,789			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	16	16	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	24	30,4	6,4	26,67%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	48	60,8	12,8	26,67%
4	D	0,714			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	16	16	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	40	56	16	40,00%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	16	48	32	200,00%
5	E	1			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	10	10	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	35	35	0	0,00%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	30	30	0	0,00%
6	F	0,571			
	NUMERO DE EMPLEADOS (X1)	20	20	0	0,00%
	NUMERO DE CLIENTES (Y1)	40	70	30	75,00%
	NUMERO DE CREDITOS (Y1)	30	60	30	100,00%

Pesos

No.	DMU	Score	V(1)	U(1)	U(2)
1	A	1,0000	10,000%	1,05%	2,11%
2	B	0,8421	8,482%	0,89%	1,79%
3	C	0,7895	7,917%	0,83%	1,67%
4	D	0,7143	8,750%	2,50%	0,00%
5	E	1,0000	10,000%	2,86%	0,00%
6	F	0,5714	8,750%	2,50%	0,00%

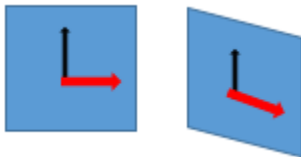
Slack

No.	DMU	Score	Excess NUMERO DE EMPLEADOS (X1) S-(1)	Shortage NUMERO DE CLIENTES (Y1) S+(1)	Shortage NUMERO DE CREDITOS (Y1) S+(2)
1	A	1	0,000	0,000	0,000
2	B	0,8421	0,000	0,000	0,000
3	C	0,7895	0,000	0,000	0,000
4	D	0,7143	0,000	0,000	25,600
5	E	1	0,000	0,000	0,000
6	F	0,5714	0,000	0,000	7,500

Anexo 8.

Método de componentes principales.

Explicación grafica de los conceptos.



El plano ha sufrido una transformación en este caso de rotación de tal manera que su eje vertical (representado por el vector negro), no ha cambiado. El eje horizontal representado por el vector rojo ha rotado. En esta transformación el vector negro es entonces un **vector propio** (autovector, eigenvector) de la transformación, mientras que el vector rojo no lo es. Dado que el vector negro no ha cambiado de longitud, su **valor propio** (autovalor, eigenvalor, valor característico) es 1. Todos los vectores con la misma dirección del vector negro son vectores

propios, y si son de igual magnitud son con el mismo valor propio. El conjunto de estos vectores propios con un valor propio común forman el **espacio propio** (autoespacio, eigenspacio o subespacio asociado al valor propio) de este valor propio.



Vectores con la misma magnitud, la misma dirección pero pueden tener sentido opuesto con forman un espacio propio

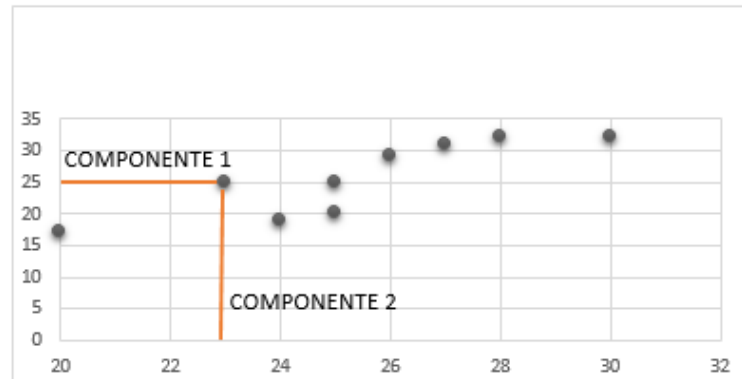
Los valores propios son importantes para definir la naturaleza única de una determinada transformación lineal. Una transformación lineal puede ser una suma, o una resta o la multiplicación de una fila por un número y sumárselo a otra fila en un sistema de ecuaciones.

Interpretacion de los componentes principales.

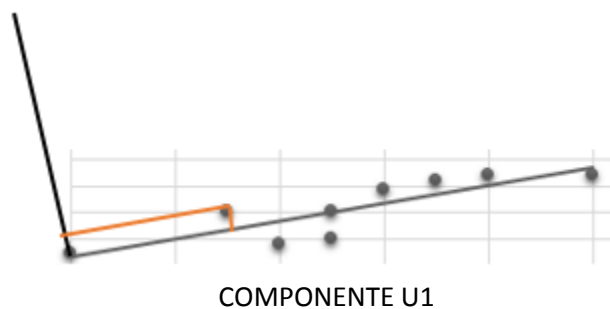
- Una técnica de reducción de datos.
- Una forma de reducir sistemas de ecuaciones o encontrar ecuaciones lineales entre diferentes variables.
- Una forma de reducir variables correlacionadas en variables no correlacionadas

Ejemplo: sea un conjunto de individuos de una población con dos características X_1 y X_2 .

CARACTERISTICAS		
sujeto	x1	x2
S1	20	17
S2	23	25
S3	25	20
S4	24	19
S5	27	31
S6	26	29
S7	28	32
S8	25	25
S9	30	32



Se definen con componentes x1 y x2, pero con una transformación lineal, descontando los valores promedio y dejando solo las varianzas a través de un giro de ejes se pueden representar con valores más pequeños, y menos datos excluyendo los que coinciden con los nuevos ejes, y se puede aproximar a un solo componente transformado en U1.



El análisis de componentes principales busca los valores y vectores propios del sistema de ecuaciones U1 y U2 que explican las varianzas de X1 con respecto a X2. Cada ecuación del sistema representa un individuo y los elementos de la ecuación son las características del individuo. Podría ser: X1 altura y X2 Peso. Y el individuo S4 = $1.2X1 + 2.8X2$

En la gráfica transformada se puede explicar la varianza de todo el sistema con la variación del componente U1. Las nuevas variables (componentes deben ser incorrelacionadas).

Procedimiento para obtener los valores propios. Sea la matriz A que representa un sistema de ecuaciones y se requiere obtener los valores propios. Los valores propios se obtienen del polinomio propio [matriz A – λ * matriz identidad] cuando se iguala a cero. Es λ el valor propio. Para un sistema de cuatro ecuaciones se espera tener cuatro valores propios a veces hay un valor propio que representa varios valores propios al ser múltiplos

Ejemplo: sea la siguiente población: Un conjunto de carros de diferentes marcas con tres atributos o características

marca	elegancia	comodidad	deportividad
a	2	3	6
b	3	2	4
c	4	5	4
d	5	5	4
e	8	9	6
f	9	7	7

La reducción de variables se puede hacer con base en las covarianzas o con base en las correlaciones. En este caso se elige con base en las correlaciones. El primer componente explica la mayor correlación posible, el segundo componente explica el resto de correlación que no explicó el primer componente, el tercer componente explica la correlación que no explicaron los dos componentes anteriores y así sucesivamente hasta que se llega a un nivel deseado o al 100%, sin perder calidad en la información en forma significativa.

correlaciones entre los factores

	elegancia	comodidad	deportividad
elegancia	1,000	0,892	0,585
comodidad	0,892	1,000	0,519
deportividad	0,585	0,519	1,000

El método de ACP es muy conveniente cuando se presentan altas correlaciones para reducir el número de variables.

La matriz de correlaciones es una matriz cuadrada, lo que garantiza la existencia de valores propios. Con base en la matriz de correlaciones se calculan los determinantes para obtener los coeficientes de la ecuación propia. Esta ecuación contiene las correlaciones existentes entre los factores.

A	3,000
B	1,594
C	0,135002608

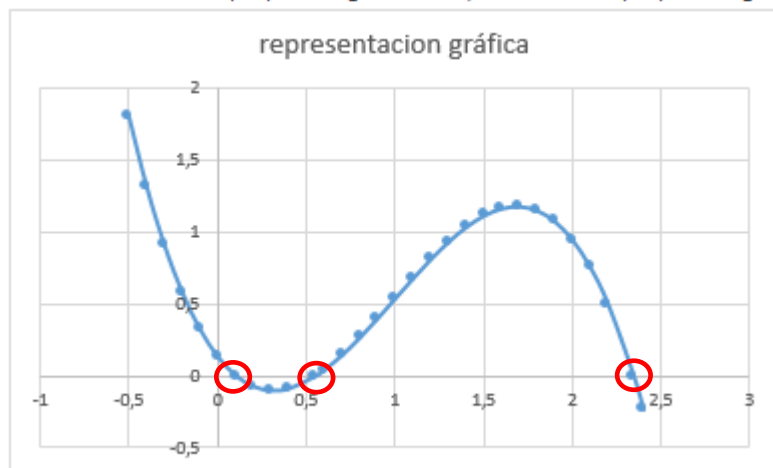
La forma de la ecuación propia es: $Y = -X^3 + AX^2 - BX + C$. Con los coeficientes encontrados la ecuación para este caso es:

$$Y = -X^3 + 3X^2 - 1.594X + 0.1350056.$$

Dando valores a X, Calculamos a Y para representarla gráficamente.

x	y
-0,5	1,807030502
-0,4	1,316624923
-0,3	0,910219345
-0,2	0,581813766
-0,1	0,325408187
0	0,135002608
0,104500905	4,24579E-05
0,2	-0,07180855
0,3	-0,10021413
0,4	-0,08661971
0,5510189	0,00021186
0,6	0,042569135
0,7	0,146163557
0,8	0,267757978
0,9	0,401352399
1	0,54094682
1,1	0,680541242
1,2	0,814135663
1,3	0,935730084
1,4	1,039324505
1,5	1,118918926
1,6	1,168513348
1,7	1,182107769
1,8	1,15370219
1,9	1,077296611
2	0,946891033
2,1	0,756485454
2,2	0,500079875
2,344679583	9,11837E-05
2,4	-0,23473128

Cuando se presenta el cambio de signo en la función Y, es porque ha intersectado el eje X. Cuando Y toma un valor de cero, el valor de X es un valor propio. Los valores de X en color rojo son los valores propios. Se calculan en Excel con la función buscar objetivo.



Los valores propios obtenidos y ordenados de mayor a menor son:

valor 1	2,344679583
valor 2	0,5510189
valor 3	0,104500905

Y representan la varianza asociada a cada factor elegancia, comodidad, deportividad. Al graficar los componentes principales se observa que el tercer componente se puede omitir debido a que después del segundo componente no aporta explicación porque trata de comportarse en forma horizontal, es decir con los dos primeros componentes se puede explicar la variación que sufren los factores y se omite el tercer componente (0.104500905).



valores propios		varianza	var acum
valor 1	2,344679583	0,7815079	78,2%
valor 2	0,5510189	0,1836608	96,5%
valor 3	0,104500905	0,0348313	100,0%

Los dos primeros componentes exponen en total el 96.5% los porcentajes se obtienen al dividir cada componente sobre la suma del total $[2.344679/(2.344679+0.5510189+0.104500)]$.

La matriz de valores propios queda expresada en los siguientes términos.

matriz de valores propios		
2,3446796	0,0000000	0,0000000
0,0000000	0,5510189	0,0000000
0,0000000	0,0000000	0,1045009

Vectores propios Para hallar los vectores propios. Se deben hallar los vectores \vec{v} [x, y, z] diferentes de cero que cumpla con la igualdad $A \vec{v} = \lambda \vec{v}$ DONDE:

A Matriz inicial (matriz de correlaciones)

λ Valor propio

\vec{v} Vector propio

Despejando en términos matriciales

$$A \vec{v} - \lambda \vec{v} = 0$$

$$\vec{v} [A - \lambda I] = 0$$

I matriz identidad de 3*3 en este caso

Determinante de $[A - \lambda I] = 0$

DETERMINANTE	MATRIZ [A]			- λ	MATRIZ [I]			= 0
	1,000	0,892	0,585		1	0	0	
	0,892	1,000	0,519		0	1	0	
	0,585	0,519	1,000		0	0	1	

DETERMINANTE

MATRIZ [A- λ I]		
1- λ	0,892	0,585
0,892	1- λ	0,519
0,585	0,519	1- λ

Calculo de los vectores propios

- Se reemplaza el valor de λ_1 en la matriz anterior con cada uno de los valores propios obtenidos
- Se realizan operaciones de fila hasta resolver la matriz
- Se hallan las restricciones
- Se encuentra el espacio vectorial y se sustituyen las restricciones
- Se resuelve el sistema y se hallan los vectores propios para λ_1

Obtención del primer vector. Se reemplaza el valor de λ_1 en la matriz anterior con cada uno de los valores propios obtenidos

matriz original con lambda =2,3446796

MATRIZ [A-LAMBDA*I]

-1,3446796	0,8915019	0,5849213
0,8915019	-1,3446796	0,5186864
0,5849213	0,5186864	-1,3446796

Se realizan las operaciones de fila necesarias para resolver la matriz

-1,3446796	0,8915019	0,5849213
0,0000000	-0,7536275	0,9064802
0,0000000	0,9064802	-1,0902450

$$F1 / -1,3446796000 * 0,8915019422 + F2$$

$$F1 / -1,3446796000 * 0,5849213334 + F3$$

-1,3446796	0,0000000	1,657151642
0,0000000	-0,7536275	0,9064802
0,0000000	0,9064802	-1,0902450

$$F3 / 0,9064802 * -0,8915019 + F1$$

-1,3446796	0,0000000	1,6571516
0,0000000	-0,7536275	0,9064802
0,0000000	0,0000000	0,0000899

$$F2 / 0,7536275 * 0,9064802 + F3$$

-0,81144028	0,00000000	1,00000000
0,00000000	-0,83137775	1,00000000
0,00000000	0,00000000	0,0000899

$$F1 / 1,657151642$$

$$F2 / 0,9064802$$

Restricciones encontradas

$$-0.81144028X + Z = 0 \Rightarrow X = \frac{Z}{0.81144028}$$

$$-0.83137775 Y + Z = 0 \Rightarrow Y = \frac{Z}{0.83137775}$$

Se halla el espacio vectorial:

$$\leftarrow_{V_{\lambda_1}} = \left\{ X, Y, Z \mid X = \frac{Z}{0.81144028}; Y = \frac{Z}{0.83137775}; Z \text{ donde } Z \text{ pertenece a los reales} \right\}$$

Se sustituyen las restricciones y se halla factor común de Z. Se obtiene el vector propio

$\leftarrow_{V_{\lambda_1}}$

$$\leftarrow_{V_{\lambda_1}} < \frac{1}{0.81144028}; \frac{1}{0.83137775}; 1 >$$

Obtención del segundo vector. Se reemplaza el valor de λ_2 en la matriz

MATRIZ [A-LAMBDA*I] con cada uno de los valores propios obtenidos

matriz original con lambda =0,5510189

MATRIZ [A-LAMBDA*I]

0,4489811	0,8915019	0,5849213
0,8915019	0,4489811	0,5186864
0,5849213	0,5186864	0,4489811

Se realizan las operaciones de fila necesarias para resolver la matriz

0,4489811	0,8915019	0,5849213
0,0000000	-1,3211951	-0,6427400
0,0000000	-0,642739985	-0,3130397

F1 / - 0,4489811 * 0,8915019422 + F2
F1 / - 1,3446796000 * 0,5849213334 + F3

0,4489811	0,0000000	0,1507248
0,0000000	-1,3211951	-0,6427400
0,0000000	-0,6427400	-0,3130397

F3/0,642739985*0,8915019+F1

0,4489811	0,0000000	0,1507248
0,0000000	-1,3211951	-0,6427400
0,0000000	0,0000000	-0,0003571

F2 /1,3211951*-0,6427400 + F3

2,978814	0,000000	1,000000
0,000000	2,055567	1,000000
0,000000	0,000000	-0,000357

F1 / 0,1507248
F2 /-0,6427400

Restricciones encontradas

$$2.978814 X + Z = 0 \Rightarrow X = \frac{Z}{2.978814}$$

$$2.055567 Y + Z = 0 \Rightarrow Y = \frac{Z}{2.055567}$$

Se halla el espacio vectorial:

$$\overleftarrow{v}_{\lambda_2} = \left\{ X, Y, Z \mid X = \frac{Z}{2.978814}; Y = \frac{Z}{2.055567}; Z \text{ donde } Z \text{ pertenece a los reales} \right\}$$

Se sustituyen las restricciones y se halla factor común de Z. Se obtiene el vector propio

$$\overleftarrow{v}_{\lambda_2}$$

$$\overleftarrow{v}_{\lambda_2} < \frac{1}{2.978814}; \frac{1}{2.055567}; 1 >$$

Anexo 9.

Análisis de información financiera de los municipios.

Municipios	Ingresos Recaudados				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 11.655.718.000	\$13.460.651.000	\$17.306.109.437	\$ 19.346.914.895	\$ 19.329.913.050
ANSERMA	\$ 14.221.429.361	\$17.893.961.891	\$23.971.856.643	\$ 27.071.811.071	\$ 27.908.050.124
MARQUETALIA	\$ 8.225.554.901	\$ 9.786.239.907	\$13.528.235.167	\$ 14.004.150.287	\$ 11.855.019.969
MISTRATO	\$ 11.800.580.000	\$11.595.158.000	\$13.434.786.410	\$ 17.245.206.261	\$ 16.529.014.430
SAN JOSE	\$ 5.373.106.000	\$ 5.673.497.000	\$ 7.636.010.000	\$ 8.776.333.000	\$ 6.585.133.000
NOBSA	\$ 4.056.572.989	\$18.823.154.888	\$21.241.847.085	\$ 29.660.303.948	\$ 38.364.703.413
ANAPOIMA	\$ 16.833.131.752	\$15.087.381.000	\$26.416.156.000	\$ 31.934.238.000	\$ 39.604.827.378
COGUA	\$ 17.712.800.277	\$17.532.444.000	\$28.023.745.000	\$ 37.793.529.000	\$ 39.697.788.000
COTA	\$ 84.477.270.661	\$71.088.209.000	\$85.149.009.000	\$124.033.909.000	\$ 141.907.527.016
GACHANCIPÁ	\$ 12.484.215.313	\$20.412.520.653	\$40.184.648.517	\$ 56.934.368.924	\$ 48.602.428.731
MARSELLA	\$ 10.654.887.000	\$10.707.621.000	\$14.321.805.000	\$ 14.474.439.000	\$ 16.363.089.000
PALESTINA	\$ 10.867.780.396	\$11.742.803.484	\$15.721.382.000	\$ 19.485.137.453	\$ 16.924.472.000
QUINCHIA	\$ 11.912.648.000	\$15.550.542.000	\$21.189.080.000	\$ 22.410.229.000	\$ 24.789.408.000
EL RETIRO	\$ 25.570.777.000	\$20.388.341.000	\$28.601.327.000	\$ 34.285.945.000	\$ 49.095.242.000
RIOSUCIO	\$ 27.745.742.000	\$29.513.714.400	\$42.451.478.000	\$ 43.642.095.000	\$ 45.238.034.000
RISARALDA	\$ 8.007.673.000	\$ 7.570.773.000	\$ 9.665.759.000	\$ 10.484.339.000	\$ 10.046.519.000
SONSON	\$ 7.142.646.000	\$25.677.088.020	\$32.766.211.000	\$ 37.671.683.468	\$ 47.687.834.993
VITERBO	\$ 7.241.419.000	\$ 8.470.105.000	\$12.695.884.216	\$ 9.985.059.577	\$ 17.001.222.609

En el cuadro anterior se puede observar los recaudos de cada uno de los municipios analizados, se destacan municipios como Cota, Cogua, Sonson, Gachancipá, El Retiro, entre otros que superan los 35 mil millones de recaudo en la vigencia 2015. Se nota una amplia diferencia con respecto al Municipio de Belén de Umbría, el cual es objeto de estudio.

En el siguiente cuadro se relacionan los gastos de funcionamiento, comparando al Municipio de Belén de Umbría con el municipio de Nobsa, podemos observar unos gastos de funcionamiento similares en comparación con el nivel de recaudo, lo que marca la diferencia en las condiciones socioeconómicas y la eficiencia de cada municipio.

Municipios	Gastos de Funcionamiento				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 1.398.312.000	\$ 1.686.728.000	\$ 1.558.040.764	\$ 1.728.368.380	\$ 2.168.999.510
ANSERMA	\$ 2.350.071.627	\$ 2.607.575.069	\$ 3.397.079.000	\$ 3.223.868.960	\$ 3.215.979.185
MARQUETALIA	\$ 836.181.414	\$ 658.785.221	\$ 778.528.172	\$ 798.753.202	\$ 739.038.261
MISTRATO	\$ 725.891.000	\$ 723.117.860	\$ 802.943.082	\$ 788.127.221	\$ 857.415.535
SAN JOSE	\$ 618.156.000	\$ 543.742.000	\$ 631.548.000	\$ 776.697.000	\$ 717.653.000
NOBSA	\$ 2.321.429.369	\$ 2.515.631.439	\$ 2.447.443.830	\$ 2.503.045.314	\$ 2.935.044.204
ANAPOIMA	\$ 3.278.566.491	\$ 3.574.774.000	\$ 3.604.666.000	\$ 4.102.099.000	\$ 6.669.455.025
COGUA	\$ 2.285.280.000	\$ 2.229.984.000	\$ 2.294.713.000	\$ 2.565.110.000	\$ 2.849.798.000
COTA	\$ 7.748.413.406	\$ 9.435.483.000	\$ 11.905.596.000	\$ 12.901.296.000	\$ 15.521.201.062
GACHANCIPÁ	\$ 1.187.473.408	\$ 1.152.452.627	\$ 1.415.525.119	\$ 2.087.630.225	\$ 2.439.885.621
MARSELLA	\$ 1.590.816.000	\$ 1.395.714.000	\$ 1.585.575.000	\$ 1.625.021.000	\$ 1.789.396.000
PALESTINA	\$ 2.126.858.639	\$ 2.251.803.139	\$ 2.355.067.000	\$ 2.973.116.453	\$ 3.276.315.293
QUINCHIA	\$ 910.285.000	\$ 943.420.000	\$ 1.049.015.000	\$ 1.149.348.000	\$ 1.428.117.000
EL RETIRO	\$ 3.373.129.000	\$ 3.075.168.000	\$ 3.359.417.000	\$ 4.053.516.000	\$ 5.030.906.000
RIOSUCIO	\$ 2.238.711.000	\$ 2.259.635.000	\$ 2.199.130.000	\$ 2.208.828.000	\$ 2.084.550.000
RISARALDA	\$ 975.912.000	\$ 737.249.000	\$ 884.573.000	\$ 947.451.000	\$ 946.894.000
SONSON	\$ 3.222.284.000	\$ 3.634.021.719	\$ 3.766.407.398	\$ 3.991.448.913	\$ 4.915.767.984
VITERBO	\$ 1.204.206.000	\$ 1.228.999.000	\$ 1.388.217.692	\$ 1.303.542.717	\$ 1.339.139.357

El cuadro anterior muestra los Ingresos Corrientes de Libre Destinación (I.C.L.D.), que son los recursos disponibles para realizar inversión pública en su población; los municipios que se destacan son Cota, Nobsa, Anapoima y El Retiro.

Municipios	Ingresos Corrientes de Libre Destinación (ICLD)				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 1.961.659.000	\$ 2.169.631.000	\$ 2.238.892.193	\$ 2.533.630.510	\$ 2.596.770.743
ANSERMA	\$ 3.180.153.036	\$ 3.178.279.694	\$ 4.326.609.687	\$ 4.837.128.470	\$ 4.923.434.997
MARQUETALIA	\$ 1.252.713.171	\$ 1.224.743.878	\$ 1.430.787.806	\$ 1.317.753.263	\$ 1.244.767.303
MISTRATO	\$ 1.218.885.000	\$ 2.086.978.638	\$ 1.448.954.975	\$ 1.384.604.268	\$ 1.408.296.846
SAN JOSE	\$ 1.132.993.000	\$ 1.277.810.000	\$ 1.212.765.000	\$ 1.295.454.000	\$ 1.201.818.000
NOBSA	\$ 3.051.845.712	\$ 13.484.912.484	\$ 14.113.363.286	\$ 12.735.513.126	\$ 18.289.399.346
ANAPOIMA	\$ 6.524.536.581	\$ 6.605.082.000	\$ 15.987.504.000	\$ 13.282.223.000	\$ 19.375.241.871
COGUA	\$ 9.051.439.617	\$ 8.610.547.672	\$ 11.056.261.000	\$ 9.999.680.000	\$ 10.158.842.000
COTA	\$ 49.683.309.219	\$ 51.164.142.000	\$ 59.200.354.000	\$ 70.334.821.000	\$ 75.791.798.479
GACHANCIPÁ	\$ 3.774.763.467	\$ 3.635.382.957	\$ 8.740.854.761	\$ 6.140.328.600	\$ 5.258.967.878
MARSELLA	\$ 2.005.342.000	\$ 1.874.075.000	\$ 1.996.070.000	\$ 2.037.539.000	\$ 2.067.295.000
PALESTINA	\$ 3.601.049.593	\$ 3.252.786.572	\$ 3.619.297.000	\$ 4.571.769.000	\$ 3.864.745.000
QUINCHIA	\$ 1.147.970.000	\$ 1.134.671.000	\$ 1.481.917.000	\$ 1.833.723.000	\$ 1.656.808.000
EL RETIRO	\$ 10.967.445.000	\$ 10.003.496.000	\$ 12.672.629.000	\$ 16.104.773.000	\$ 17.671.885.000
RIOSUCIO	\$ 3.633.320.000	\$ 4.201.012.100	\$ 5.056.865.000	\$ 4.759.856.000	\$ 5.255.592.000
RISARALDA	\$ 1.303.295.000	\$ 1.309.993.000	\$ 1.495.802.000	\$ 1.173.718.000	\$ 1.555.622.000
SONSON	\$ 4.632.375.000	\$ 7.718.435.306	\$ 8.105.739.169	\$ 8.850.334.556	\$ 11.624.497.562
VITERBO	\$ 1.845.070.000	\$ 1.881.531.000	\$ 2.069.878.089	\$ 2.150.443.321	\$ 2.159.123.790

Municipios	Impuesto de Industria y Comercio				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBR	\$ 229.739.000	\$ 262.337.000	\$ 277.492.932	\$ 312.127.198	\$ 398.887.459
ANSERMA	\$ 245.560.104	\$ 422.585.817	\$ 397.361.751	\$ 419.615.199	\$ 445.730.392
MARQUETALIA	\$ 107.111.792	\$ 121.002.683	\$ 132.772.483	\$ 177.517.538	\$ 184.093.883
MISTRATO	\$ 39.994.000	\$ 47.524.000	\$ 54.168.269	\$ 62.015.809	\$ 59.962.426
SAN JOSE	\$ 30.885.000	\$ 46.182.000	\$ 42.429.000	\$ 43.119.000	\$ 43.777.000
NOBSA	\$ 1.212.264.933	\$ 7.722.144.256	\$10.664.636.925	\$10.056.394.360	\$15.902.520.442
ANAPOIMA	\$ 608.435.198	\$ 623.518.000	\$ 785.756.000	\$ 964.155.000	\$ 1.075.799.155
COGUA	\$ 3.253.762.227	\$ 3.498.090.000	\$ 5.354.992.000	\$ 3.821.742.000	\$ 3.658.182.000
COTA	\$30.226.000.610	\$33.687.593.000	\$40.369.870.000	\$51.175.644.000	\$51.636.026.753
GACHANCIPÁ	\$ 809.986.547	\$ 1.070.232.030	\$ 739.128.766	\$ 1.176.460.561	\$ 1.441.546.317
MARSELLA	\$ 177.645.000	\$ 147.400.000	\$ 180.293.000	\$ 187.706.000	\$ 219.074.000
PALESTINA	\$ 665.448.993	\$ 445.621.327	\$ 322.862.000	\$ 417.306.000	\$ 498.196.000
QUINCHIA	\$ 130.850.000	\$ 150.747.000	\$ 152.939.000	\$ 153.304.000	\$ 168.706.000
EL RETIRO	\$ 598.772.000	\$ 601.084.000	\$ 821.135.000	\$ 988.635.000	\$ 1.729.941.000
RIOSUCIO	\$ 272.564.000	\$ 303.898.000	\$ 349.549.000	\$ 612.466.000	\$ 578.252.000
RISARALDA	\$ 48.836.000	\$ 46.189.000	\$ 59.953.000	\$ 48.167.000	\$ 72.135.000
SONSON	\$ 3.447.182.000	\$ 5.001.911.276	\$ 5.071.619.000	\$ 5.825.421.789	\$ 7.130.588.946
VITERBO	\$ 92.823.000	\$ 80.921.000	\$ 109.997.102	\$ 131.771.531	\$ 143.104.236

En la tabla anterior se muestran los valores de recaudo del impuesto de Industria y Comercio. Este impuesto es uno de las dos rentas principales de cada municipio, este impuesto refleja la alta actividad comercial e industrial de cada población y especialmente el Municipio de Cota muestra unos altos valores en el recaudo de este impuesto; el municipio de Nobsa también muestra un alto recaudo de este impuesto.

En la siguiente tabla se observa el otro impuesto relevante dentro de las rentas municipales. El impuesto Predial unificado es el que muestra el valor de la propiedad en cada población. Es vital mantener un catastro actualizado ya que es la base para la liquidación del impuesto. Los Municipios de Anapoima y Cota tienen los valores más altos de recaudo de este impuesto. En el Municipio de Anserma Caldas se observa como al realizar una actualización del catastro, el impuesto se incrementó en un 100% en 2 años.

Municipios	Impuesto Predial Unificado				
Año	2011	2012	2013	2014	2015
BELEN DE UMBRÍA	\$ 569.396.000	\$ 767.867.000	\$ 709.728.412	\$ 824.604.783	\$ 831.158.991
ANSERMA	\$ 920.490.195	\$ 881.312.352	\$ 1.443.584.064	\$ 1.797.762.786	\$ 1.884.393.232
MARQUETALIA	\$ 226.715.871	\$ 149.111.339	\$ 194.111.529	\$ 204.990.865	\$ 195.897.553
MISTRATO	\$ 158.967.000	\$ 105.991.000	\$ 139.925.238	\$ 180.735.582	\$ 105.710.333
SAN JOSE	\$ 371.979.000	\$ 394.256.000	\$ 346.358.000	\$ 337.893.000	\$ 319.157.000
NOBSA	\$ 972.939.737	\$ 898.351.765	\$ 1.160.090.343	\$ 1.175.954.259	\$ 1.307.015.695
ANAPOIMA	\$ 3.177.458.773	\$ 3.276.155.000	\$ 9.579.090.000	\$ 8.257.982.000	\$ 11.142.234.913
COGUA	\$ 1.956.152.742	\$ 2.064.044.000	\$ 2.467.282.000	\$ 2.427.003.000	\$ 2.485.991.000
COTA	\$ 7.005.650.608	\$ 7.864.980.000	\$ 9.369.679.000	\$ 10.255.855.000	\$ 11.900.411.000
GACHANCIPÁ	\$ 910.378.521	\$ 987.299.828	\$ 1.039.630.007	\$ 1.121.943.128	\$ 1.085.892.919
MARSELLA	\$ 588.369.000	\$ 606.069.000	\$ 613.843.000	\$ 599.024.000	\$ 461.062.000
PALESTINA	\$ 1.670.282.253	\$ 1.549.047.764	\$ 1.576.949.000	\$ 2.287.852.000	\$ 1.722.521.000
QUINCHIA	\$ 191.120.000	\$ 206.446.000	\$ 271.316.000	\$ 323.883.000	\$ 291.832.000
EL RETIRO	\$ 6.131.517.000	\$ 6.216.905.000	\$ 7.653.152.000	\$ 9.598.130.000	\$ 9.732.562.000
RIOSUCIO	\$ 1.705.618.000	\$ 1.762.476.000	\$ 2.430.645.000	\$ 1.862.819.000	\$ 1.956.063.000
RISARALDA	\$ 330.333.000	\$ 346.867.000	\$ 341.745.000	\$ 310.807.000	\$ 409.544.000
SONSON	\$ 618.744.000	\$ 643.216.628	\$ 1.040.075.000	\$ 1.073.942.736	\$ 1.232.487.838
VITERBO	\$ 605.786.000	\$ 658.703.000	\$ 675.770.032	\$ 639.210.139	\$ 652.346.952

Del análisis de los datos anteriores se puede observar que municipios como Nobsa, Cota, El Retiro y otros, que reflejan altos ingresos en el recaudo de impuestos, también se encuentran muy bien ubicados en el ranking de desempeño fiscal que publica el DNP anualmente.

Estos municipios sirven de ejemplo para tomar acciones que permitan mejorar las finanzas y por lo tanto las inversiones en la población de cada uno de ellos.